

Das lineare Gleichungssystem nennt man homogen, wenn  $b = 0$ , sonst bezeichnet man es als inhomogen.

Für ein reelles ( $K = \mathbb{R}$ ) oder komplexes ( $K = \mathbb{C}$ ) lineares Gleichungssystem wird  $K$  nicht explizit angegeben. Welcher Fall vorliegt, ist meist aus dem Zusammenhang ersichtlich.

Besitzt das Lineare Gleichungssystem keine Lösung (im Allgemeinen für  $m > n$ ), so bezeichnet man es als überbestimmt. Man spricht in diesem Fall auch von einem Ausgleichsproblem. Ein Lineares Gleichungssystem mit keiner eindeutigen Lösung (im Allgemeinen für  $m < n$ ) nennt man unterbestimmt.

### Beispiel:

Eine Funktion  $f(x)$  kann aus Daten

$$(x_i, f_i), \quad i = 1, \dots, n,$$

durch Interpolation näherungsweise rekonstruiert werden. Verwendet man einen linearen Ansatz

$$f(x) \approx p(x) = \sum_{j=1}^n c_j p_j(x)$$

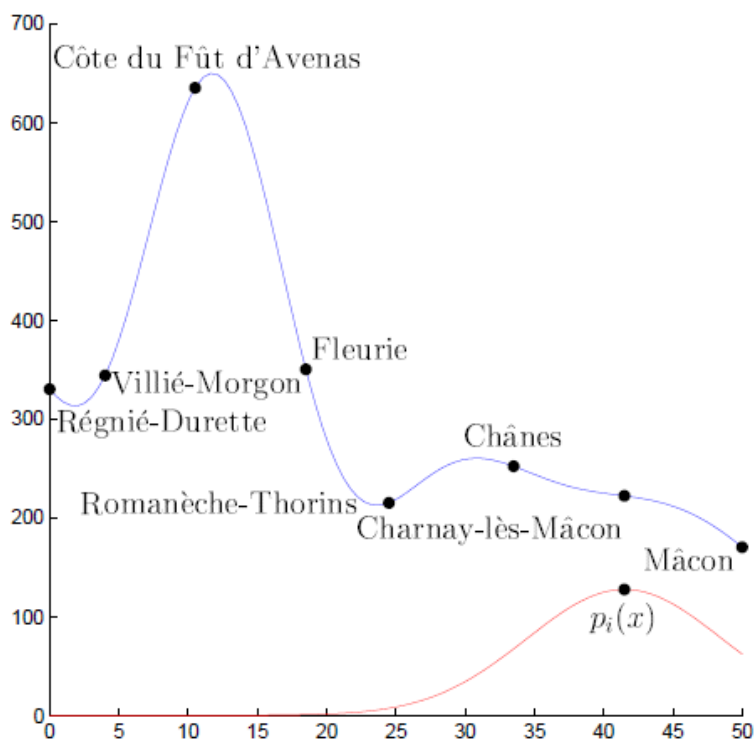
mit geeigneten Basisfunktionen  $p_j$ , so ergibt sich aus den Interpolationsbedingungen

$$f_i = p(x_i) = \sum_{j=1}^n c_j p_j(x_i), \quad i = 1, \dots, n$$

das lineare Gleichungssystem für die  $c_j$  als

$$Ac = b,$$

mit  $a_{i,j} = p_j(x_i)$  und  $b_i = f_i$ .



In dem abgebildeten Beispiel einer Tour-de-France-Etappe ist mit jedem Datenpunkt eine Exponentialfunktion

$$p_i(x) = \exp\left(-\left(\frac{x-x_i}{10}\right)^2\right)$$

assoziiert. Durch das starke Abklingen von  $p_i$  für  $|x-x_i| \rightarrow \infty$  wird erreicht, dass sich bei der Interpolation Änderungen in Datenpunkten vorwiegend lokal auswirken.