Aufgabe 1: Newton-Verfahren

Das Newton-Verfahren wird u.a. bei nichtlinearen Problemen der Mechanik eingesetzt. Hierbei ergeben sich nichtlineare Gleichungen für die unbekannten Verschiebungen eines Tragwerkes. Diese Situation tritt beispielsweise bei großen Verschiebungen und der Gleichgewichtsforderung für den deformierten Zustand. In anderen Fällen werden komplexe Materialgesetze betrachtet, in denen ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen Verzerrungen und Spannungen berücksichtigt wird.

Gesucht ist die Nullstelle des nichtlinearen Gleichungssystems

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + 0.6\,y - 0.16 = 0$$
$$g(x,y) = x^2 - y^2 + x - 1.6y - 0.14 = 0.$$

Berechnen Sie die Nullstelle des nichtlinearen Gleichungssystems mit dem *Newton-Verfahren* und dem *vereinfachten Newton-Verfahren*. Programmieren Sie hierzu jeweils eine Routine in MATLAB.

Schreiben Sie eine Funktion

$$function[x] = newton(x0, y0, TOL, NMAX)$$

bzw.

$$function[x] = vernewton(x0, y0, TOL, NMAX)$$

Realisieren Sie die Iteration mit einer $while$-Schleife. Die Iteration wird abgebrochen, wenn die euklidische Norm des Residuums $\|\underline{R}(\underline{x}^{(k)})\|$ kleiner als eine vorgegebene Toleranz TOL ist oder die maximale Anzahl der zulässigen Iterationen $NMAX$ erreicht ist

$$\|\underline{R}(\underline{x}^{(k)})\| < TOL \qquad \text{bzw.} \qquad n > NMAX.$$

Implementieren Sie zur visuellen Kontrolle den Plot der euklidischen Norm des Residuums $\|\underline{R}(\underline{x}^{(k)})\|$ über die Anzahl k der durchgeführten Iterationen.

Rufen Sie die Funktion auf und berechnen Sie die Nullstellen für $NMAX = 20$ und verschiedene sinnvollgewählte Toleranzen TOL (z.B. $TOL = 10^{-3} - 10^{-10}$). Starten Sie das *Newton-Verfahren* und das *vereinfachte Newton-Verfahren* mit der Startnäherung $x^{(0)} = 0.6$, $y^{(0)} = 0.25$. Führen Sie zum Vergleich zusätzlich das *vereinfachte Newton-Verfahren* mit den Startwerten $x^{(0)} = 0.3$, $y^{(0)} = 0.1$ durch. Wie verändert sich die Konvergenz der Iteration?