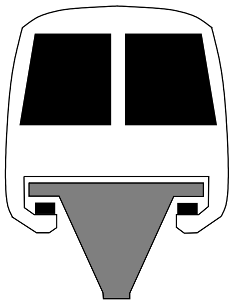
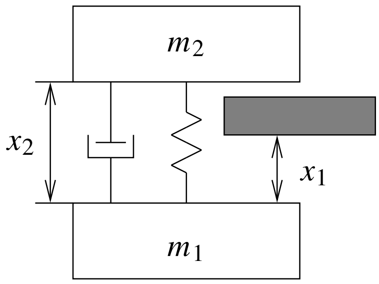
Prof. Dr.-Ing. habil. Michael Mangold
Informatik und Numerik
Sommersemester 2019

Projektarbeit Magnetschwebebahn

(bis zu zwei Bearbeitende)

Magnetschwebebahnen sind inhärent instabile Systeme: der Abstand zwischen Trägermagnet am Fahrzeug und Magnettrasse kann nur durch eine stabilisierende Regelung konstant gehalten werden. Eine solche Regelung soll mit Hilfe von Simulationsstudien entworfen werden, wobei das folgende lineare Modell[1] zugrunde gelegt wird:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -50 & 50 & -5 & 5 & -20 \\ 25 & -25 & 2 & -2 & 0 \\ -600 & 0 & 20 & 0 & -3 \end{pmatrix}}_{=\boldsymbol{A}} \boldsymbol{x} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1.5 \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{b}} u = \boldsymbol{A}\,\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}\,u$$

mit $\boldsymbol{x}(t) = \begin{pmatrix} \text{Abstand zwischen Magnet und Schiene} \\ \text{Abstand zwischen Magnet und Kabine} \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \text{Magnetkraft} \end{pmatrix}$; u bezeichnet die Spannung des Elektromagneten.

Die Zustände sind so gewählt, dass $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ den Sollzustand bezeichnet.

Zur Stabilisierung der Bahn wird ein Regler eingesetzt, der die Spannung u proportional zu den Modellzuständen einstellt:

$$u = -\underbrace{\begin{pmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & k_4 & k_5 \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{k}^T} \boldsymbol{x},$$

so dass gilt:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \left(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{k}^T\right) \boldsymbol{x}$$

Die Koeffizienten k_1, k_2, $\ldots$, k_5 sind freie Parameter, für die geeignete Werte zu ermitteln sind.

[1] J. Lunze, Regelungstechnik 2, Springer-Verlag, 2006

Bearbeiter/in 1

1. Suchen Sie zunächst (durch Probieren) Werte für $k_1, k_2, \ldots, k_5$, so dass alle Eigenwerte der Matrix $\boldsymbol{A} - \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{k}^T$ Realteile kleiner null besitzen. Diese Bedingung stellt sicher, dass das geregelte System stabil ist und nach einem Einschwingvorgang den stationären Zustand $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ erreicht.
   Zur Berechnung der Eigenwerte können Sie das Kommando `eig` nutzen.
   Als erste Schätzung für $\boldsymbol{k}^T$ können Sie $\boldsymbol{k}^T = (1000,\ 100,\ 10,\ 10,\ -100)$ nutzen.
2. Implementieren Sie eine Funktion, die die rechten Seiten des Modellgleichungssystems in der Form auswertet, wie von den Integrationsroutinen `ode45` (Matlab) oder `lsode` (Octave) gefordert.
3. Implementieren Sie ein Hauptprogramm, das `ode45` bzw. `lsode` ansteuert und die Differentialgleichungen für ein vorgebenes Zeitintervall mit gegebenen Anfangsbedingungen löst.
4. Führen eine Simulation mit der Anfangsbedingung $\boldsymbol{x}(0) = (5,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0)^T$ über ein Zeitintervall von $10\,\mathrm{s}$ durch.

Bearbeiter/in 2

5. Im Weiteren soll der Komfort der Bahnreisenden durch eine geeignete Wahl der Reglerparameter $\boldsymbol{k}^T$ optimiert werden. Als Maß für den Reisekomfort dient das folgende Kostenfunktional:

   $$J = \int_0^{10\,\mathrm{s}} x_2^2\, dt$$

   Die Reglerparameter sind so zu wählen, dass J möglichst klein wird. Gehen Sie dazu folgendermaßen vor:

   - Erweitern Sie das Differentialgleichungssystem um die Differentialgleichung

     $$\frac{dJ}{dt} = x_2^2$$

   - Schreiben Sie eine Funktion, die als Eingangsvektor die Reglerparameter $\boldsymbol{k}^T$ erhält, die das erweiterte Modellgleichungssystem über ein Zeitintervall von 10 s integriert und den Wert von J am Ende der Simulation zurückliefert.
   - Verwenden Sie die Funktion `sqp` in Octave bzw. `fminunc` in Matlab, um einen optimalen Wert für $\boldsymbol{k}^T$ zu berechnen.
6. Dokumentieren Sie Ihr Matlab-Programm und Ihre Simulationsergebnisse in einer Präsentation.