Mathematik: Numerik für Maschinentechnik MNMT1
Auftrag - Interpolation

bearbeitet durch:

Bewertung:

Ausgabe: SW 6 Abgabe: SW 9 bis 18 Uhr

Aufgabe

1. Wählen Sie selber je eine Funktion, mit den folgenden Eigenschaften

   (a) $f_1(x)$ ist an einem Punkt unstetig

   (b) $f_2(x)$ ist überall stetig, aber an einem Punkt nicht stetig differenzierbar

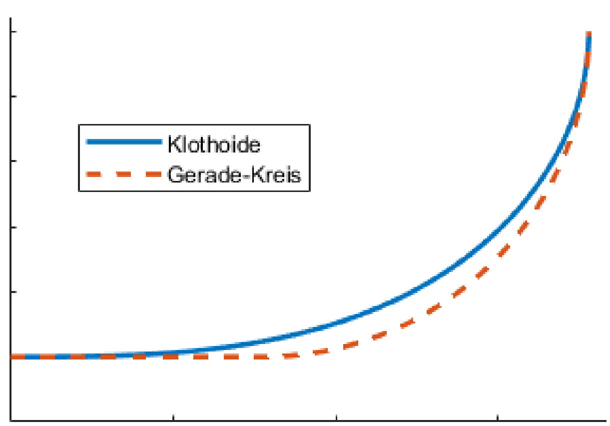
   (c) $f_3(x)$ ist überall einmal stetig differenzierbar, aber an einem Punkt nicht zweimal stetig differenzierbar, z.B. Gerade/Kreis-Übergang

   Approximieren Sie diese Funktionen durch Splines, wobei Sie selber Stützpunkte wählen. Verwenden Sie die MATLAB-Funktion `interp1`. Erzeugen Sie Splines mit den folgenden Methoden (Optionen): `pchip, makima, spline`. Stellen Sie die jeweiligen Interpolationsfehler in der Nähe des kritischen Punktes geeignet dar.

2. Anstelle eines Gerade-Kreis Übergangs verwendet man in der Bahnplanung von Robotern, beim Design einer Autobahnausfahrt oder einer Achterbahn manchmal eine sogenannte *Klothoide*. Diese hat die Darstellung (in MATLAB-Notation)

```
xK = @(t) A * fresnelc(t/A);
yK = @(t) A * fresnels(t/A);
```

   mit einem Parameter $A > 0$. Erklären Sie, weshalb man dies tut, d.h. was der Unterschied zwischen Klothoide und Kreis ist.



(a) Bestimmen Sie eine Klothoide zur Approximation eines Gerade-Kreis Übergangs mit Kreisradius $r = 1$ für einen Viertelkreis (siehe Figur oben).

(b) Interpolieren Sie die beiden Kurven in geeigneter Weise durch Splines und bestimmen Sie den Interpolationsfehler für den Gerade-Kreis Übergang.

(c) Bestimmen Sie die Zentripetalbeschleunigung eines Massenpunktes, der mit konstanter Tangentialgeschwindigkeit $v_0 = 1$ m/s entlang dieser beiden Bahnen fährt. Nutzen Sie dazu die interpolierten Datenpunkte und die numerische Ableitung. Interpretieren Sie die Resultate!

Hinweis:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{p}(t)}{dt} = \frac{d\vec{p}(s)}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{d\vec{p}(s)}{ds} \cdot v_0 \qquad \Longrightarrow \qquad \vec{v}_k \approx \frac{\vec{p}_{k+1} - \vec{p}_k}{|\vec{p}_{k+1} - \vec{p}_k|} \cdot v_0$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} \equiv \frac{d^2\vec{p}(s)}{ds^2} \cdot v_0^2 \qquad \Longrightarrow \qquad \vec{a}_k \approx \frac{\vec{v}_{k+1} - \vec{v}_k}{|\vec{p}_{k+1} - \vec{p}_k|} \cdot v_0$$

wobei $\vec{p}(t)$ die Bahnpunkte als Funktion der Zeit t darstellt und $\vec{p}(s)$ als Funktion der Bogenlänge s. Die Werte $\vec{p}_k$ sind interpolierte Datenpunkte für die Bahn, $\vec{v}_k$ interpolierte Punkte für die Geschwindigkeit und $\vec{a}_k$ die (gesuchten) Beschleunigungswerte.