

Signale und Systeme 1

Hausaufgabe 01

Abgabe bis 16.11.2009, 17:00 Uhr

Hinweis zur Wertung: Durch die richtige Lösung dieser Hausaufgabe bis zum 16.11.2009 können Sie Bonuspunkte für die Klausur „Signale und Systeme 1“ im WS 09/10 erwerben. Falls Sie zu dieser Prüfung nicht antreten oder die Prüfung nochmals in einer späteren Prüfungsperiode wiederholen, verfallen die Bonuspunkte.

Abgabeform: Abzugeben sind ein Ausdruck Ihres Matlab-Files, sowie die ausgedruckten Diagramme. Bitte geben Sie auf dem Deckblatt unbedingt **Name, Studiengang und Matrikelnummer** an. (Abgabe bei Herrn Hennhöfer, Raum, H 3501 oder vor der Vorlesung).

1. In dieser Aufgabe soll zunächst das Fourierintegral mittels numerischer Integration gelöst werden, um damit im 2. Aufgabenteil Bandbreite-Zeitdauerprodukte bestimmen zu können.

$$U(f) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt$$

- Erzeugen Sie zunächst ein Testprogramm, mit dem Sie die numerische Lösung des Fourierintegrals überprüfen können. Als Signalform bietet sich hierfür ein Rechtecksignal an.

$$u(t) = U_0 \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$$

Verwenden Sie als Zahlenwerte: $U_0 = 2$ V und $T = 100$ ms. Wählen Sie eine geeignete Skalierung der Zeitachse, z.B. 801 Werte für $-4T \leq t \leq 4T$ und schreiben Sie die zugehörigen Amplitudenwerte in den Vektor `ut`.

Stellen Sie die Rechteckfunktion mit der zugehörigen Zeitachse mittels `plot` dar.

Hinweis: Nützliche Befehle: `ones`, `zeros`, `plot` beziehungsweise Hilfe zum Beispiel mit `doc ones`.

- Schreiben Sie nun eine Funktion `Uf = FTnum(ut, t, f)`, welche das Fourierintegral numerisch löst.

| | | |
|-----------------|--------|---|
| <code>Uf</code> | $U(f)$ | Vektor mit den Werten des Amplitudendichtespektrums |
| <code>f</code> | f | Vektor mit der Frequenzachse, z.B. $-30 \text{ Hz} \leq f \leq 30 \text{ Hz}$, 801 Werte |
| <code>ut</code> | $u(t)$ | Vektor mit den Werten der Zeitfunktion |
| <code>t</code> | t | Vektor mit der Zeitachse |

Rufen Sie die Funktion aus Ihrem Testprogramm auf, und übergeben Sie die entsprechenden Vektoren. Stellen Sie den Betrag des Amplitudendichtespektrums $|U(f)| = \text{abs}(Uf)$ in einem weiteren Diagramm dar.

Hinweis: Erzeugen Sie in der `FTnum` Funktion eine Schleife, die die unterschiedlichen Frequenzen nacheinander abarbeitet und approximieren Sie dafür jeweils das Fourierintegral mittels Trapezintegration (Matlab Befehl `trapz`).

2. Jetzt soll die Funktion aus Aufgabenteil 1 dazu verwendet werden, Bandbreite-Zeitdauerprodukte ($B_H \cdot T_H$) zu bestimmen.

(a) Bandbreite-Zeitdauerprodukt des Rechtecksignals:

Das Fourierpaar liegt bereits aus Aufgabe 1 vor. Erweitern Sie Ihr Testprogramm nun derart, dass die Zeitpunkte bzw. Frequenzen gefunden werden, an denen $|u(t)|$ bzw. $|U(f)|$ auf die Hälfte abgeklungen sind. Die Intervalle dazwischen ergeben dann die Halbwertsdauer T_H bzw. Halbwertsbandbreite B_H .

Bestimmen Sie für das Zahlenbeispiel aus Aufgabe 1: T_H, B_H sowie $B_H \cdot T_H$.

Hinweis: Verwenden Sie z.B. die Funktion `idx=find(ut<max(ut)/2)`, um herauszufinden, ab welchem Index die Amplituden unter den halben Maximalwert sinken.

(b) Wiederholen Sie Aufgabenteil (a) für die Rechteckbreiten $T = 200$ ms und $T = 400$ ms (bei gleicher Amplitude, $U_0 = 2$ V). Bestimmen Sie auch für diese Fälle T_H, B_H sowie $B_H \cdot T_H$, und interpretieren Sie die Ergebnisse.

(c) Bandbreite-Zeitdauerprodukt eines Gaußimpulses:

Erweitern Sie Ihr Testprogramm bzw. speichern Sie es unter neuem Namen und modifizieren Sie das Zeitsignal zu einem Gaußimpuls.

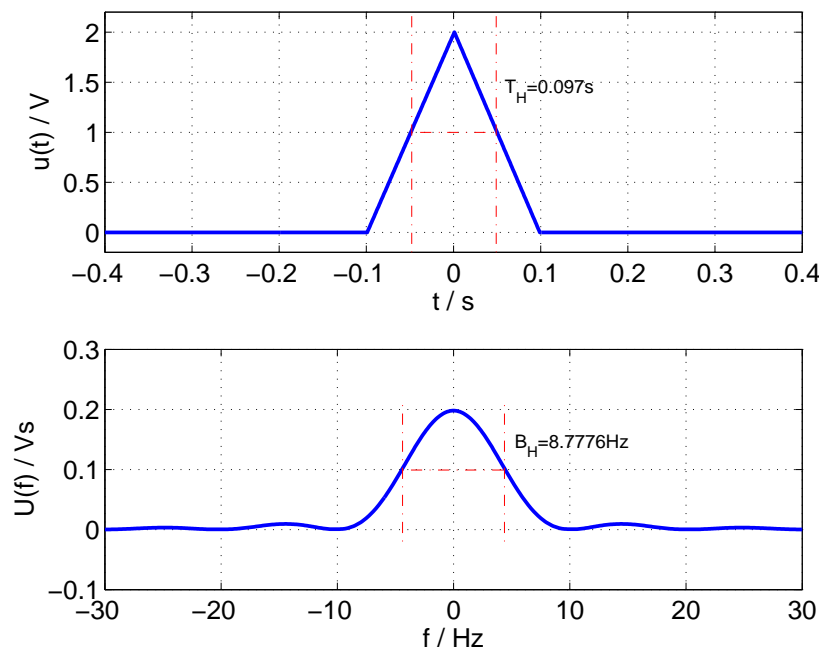
$$u(t) = U_0 \cdot e^{-\left(\frac{1}{2\sigma^2} \cdot \frac{t^2}{s^2}\right)} \quad \text{mit } \sigma = \frac{1}{10}, \quad s = 1 \text{ Sekunde}$$

Die Zeit- und Frequenzachse können aus der vorangehenden Aufgabe übernommen werden. Bestimmen Sie für den Gaußimpuls T_H, B_H sowie $B_H \cdot T_H$.

Nützliche Matlab Befehle:

`plot, subplot, figure, help, get, set, xlabel, ylabel, title`

Beispiel: Halbwertsdauer, Halbwertsbandbreite und Bandbreite-Zeitdauerprodukt bei einer Dreiecksfunktion



$$T_H = 0.097000 \text{ s}$$

$$B_H = 8.777555 \text{ 1/s}$$

$$\text{Bandbreite-Zeitdauerprodukt } B_H T_H = 0.851423$$