1. Körper | Fußposition | Fußorientierung

$$
\begin{pmatrix}
\frac{\partial x_1}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial x_1}{\partial \alpha_1} & \cdots & \frac{\partial x_1}{\partial \varphi_N} & \cdots & \frac{\partial x_1}{\partial \varphi_{gN}} & \frac{\partial x_1}{\partial Fu\beta_x} & \frac{\partial x_1}{\partial Fu\beta_y} & \frac{\partial x_1}{\partial Fu\beta_z} & \frac{\partial x_1}{\partial Fu\beta_a} & \frac{\partial x_1}{\partial Fu\beta_b} & \frac{\partial x_1}{\partial Fu\beta_c} \\
\frac{\partial y_1}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial y_1}{\partial \alpha_1} & \cdots & \frac{\partial y_1}{\partial \varphi_N} & \cdots & \frac{\partial y_1}{\partial \varphi_{gN}} & \frac{\partial y_1}{\partial Fu\beta_x} & \frac{\partial y_1}{\partial Fu\beta_y} & \frac{\partial y_1}{\partial Fu\beta_z} & \frac{\partial y_1}{\partial Fu\beta_a} & \frac{\partial y_1}{\partial Fu\beta_b} & \frac{\partial y_1}{\partial Fu\beta_c} \\
\frac{\partial z_1}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial z_1}{\partial \alpha_1} & \cdots & \frac{\partial z_1}{\partial \varphi_N} & \cdots & \frac{\partial z_1}{\partial \varphi_{gN}} & \frac{\partial z_1}{\partial Fu\beta_x} & \frac{\partial z_1}{\partial Fu\beta_y} & \frac{\partial z_1}{\partial Fu\beta_z} & \frac{\partial z_1}{\partial Fu\beta_a} & \frac{\partial z_1}{\partial Fu\beta_b} & \frac{\partial z_1}{\partial Fu\beta_c} \\
\frac{\partial a_1}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial a_1}{\partial \alpha_1} & \cdots & \frac{\partial a_1}{\partial \varphi_N} & \cdots & \frac{\partial a_1}{\partial \varphi_{gN}} & \frac{\partial a_1}{\partial Fu\beta_x} & \frac{\partial a_1}{\partial Fu\beta_y} & \frac{\partial a_1}{\partial Fu\beta_z} & \frac{\partial a_1}{\partial Fu\beta_a} & \frac{\partial a_1}{\partial Fu\beta_b} & \frac{\partial a_1}{\partial Fu\beta_c} \\
\frac{\partial b_1}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial b_1}{\partial \alpha_1} & \cdots & \frac{\partial b_1}{\partial \varphi_N} & \cdots & \frac{\partial b_1}{\partial \varphi_{gN}} & \frac{\partial b_1}{\partial Fu\beta_x} & \frac{\partial b_1}{\partial Fu\beta_y} & \frac{\partial b_1}{\partial Fu\beta_z} & \frac{\partial b_1}{\partial Fu\beta_a} & \frac{\partial b_1}{\partial Fu\beta_b} & \frac{\partial b_1}{\partial Fu\beta_c} \\
\frac{\partial c_1}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial c_1}{\partial \alpha_1} & \cdots & \frac{\partial c_1}{\partial \varphi_N} & \cdots & \frac{\partial c_1}{\partial \varphi_{gN}} & \frac{\partial c_1}{\partial Fu\beta_x} & \frac{\partial c_1}{\partial Fu\beta_y} & \frac{\partial c_1}{\partial Fu\beta_z} & \frac{\partial c_1}{\partial Fu\beta_a} & \frac{\partial c_1}{\partial Fu\beta_b} & \frac{\partial c_1}{\partial Fu\beta_c} \\
\vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
\Delta\varphi_1 \\ \Delta\alpha_1 \\ \vdots \\ \Delta Fu\beta_b \\ \Delta Fu\beta_c
\end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
\Delta x_1 \\ \Delta y_1 \\ \Delta z_1 \\ \Delta a_1 \\ \Delta b_1 \\ \Delta c_1 \\ \vdots \\ \Delta c_k
\end{pmatrix}
$$

6k Messungen | n Parameter

Bild 5.13: Schematischer Aufbau der Identifikationsgleichung und der Jacobi-Matrix.

Ermittlung der Jacobi-Matrix

Der Einsatz von Verfahren der zweiten Ordnung zur Parameteridentifikation erfordert es, eine linearisierte Modellfunktion des Systems zugrunde zu legen. Diese setzt kleine Änderungen in den Parametern in Beziehung zu kleinen Änderungen in der TCP-Position bzw. Orientierung. Das bedeutet, dass für jede Roboterstellung, die in das Identifikationsverfahren eingeht, eine Jacobi-Matrix neu bestimmt werden muss.

Bei einer bestimmten Roboterstellung $\vec{\varphi}$ lässt sich ein Messpunkt durch einen sechsdimensionalen Beschreibungsvektor (TCP-Position und Orientierung) beschreiben. Für eine Messwerterfassung mit k Messungen besteht der Vektor $\Delta\vec{x}$ aus $6k$ Koordinaten. Entsprechend enthält die Jacobi-Matrix $6k$ Zeilen.

Eine Zeile des Gleichungssystems $J_{\vec{p}}\Delta\vec{p} = \Delta\vec{x}$ stellt die totale Ableitung des Robotermodells in Richtung einer verallgemeinerten Roboterstellung für eine bestimmte Koordinate der Modellfunktion $\vec{T}(\vec{p})$ dar.

$$\frac{\partial x_1}{\partial \varphi_1}\Delta\varphi_1 + \frac{\partial x_1}{\partial \alpha_1}\Delta\alpha_1 + \frac{\partial x_1}{\partial a_1}\Delta a_1 + \frac{\partial x_1}{\partial d_1}\Delta d_1 + \frac{\partial x_1}{\partial k_{x1}}\Delta k_{x1} + \frac{\partial x_1}{\partial k_{x1}}\Delta k_{y1} + \Lambda = \Delta x_1 \tag{5.22}$$

Für eine allgemeine Koordinate leisten Modelle der geometrisch-kinematischen Zusammenhänge, der Getriebe und der Elastizität und die Fußposition und Orientierung des Roboters einen Beitrag zu der totalen Ableitung des Robotermodells. Dies bedeutet, dass im allgemeinen Fall alle DH-Parameter (φ, α, a und d), Elastizitätskoeffizienten (k_x, k_y und k_t), Getriebesteifigkeit (k_f) und Getriebespiel (b) jedes Körpers sowie Fußposition ($Fuß_x$, $Fuß_y$ und $Fuß_z$) und Orientierung ($Fuß_a$, $Fuß_b$ und $Fuß_c$) des Roboters in der totalen Ableitung auftreten können. Der Parametervektor $\Delta\vec{p}$ besteht aus den Blöcken der Parameter der einzelnen Körper. Entsprechend ist die Jacobi-Matrix blockweise nach den einzelnen Körpern aufgebaut. Für einen Roboter mit dem Freiheitsgrad N besteht der Vektor der zu identifizierenden Parameter aus $9N+6$ Elementen. Entsprechend enthält die Jacobi-Matrix $9N+6$ Spalten.

In Bild 5.13 ist die Identifikationsgleichung und der Aufbau der Jacobi-Matrix schematisch dargestellt.

Die Elemente der Jacobi-Matrix benötigen nicht nur die berechnete TCP-Position und Orientierung, sondern zusätzlich auch die Gradienteninformation bei Änderung einzelner Parameter. Die Gradienteninformationen werden mit Hilfe von Differenzenverfahren ermittelt.

Analyse der Jacobi-Matrix

Eine Analyse der Jacobi-Matrix bezüglich der Identifizierbarkeit der Parameter ist zur Vorbereitung der Identifikationsverfahren notwendig. Zu diesem Zweck wird die Jacobi-Matrix für die untersuchten Roboterstellungen erstellt. Die berechnete Jacobi-Matrix enthält eine Reihe von Nullspalten. Die den Nullspalten zugeordneten Parameter können nicht identifiziert werden. Sie müssen daher