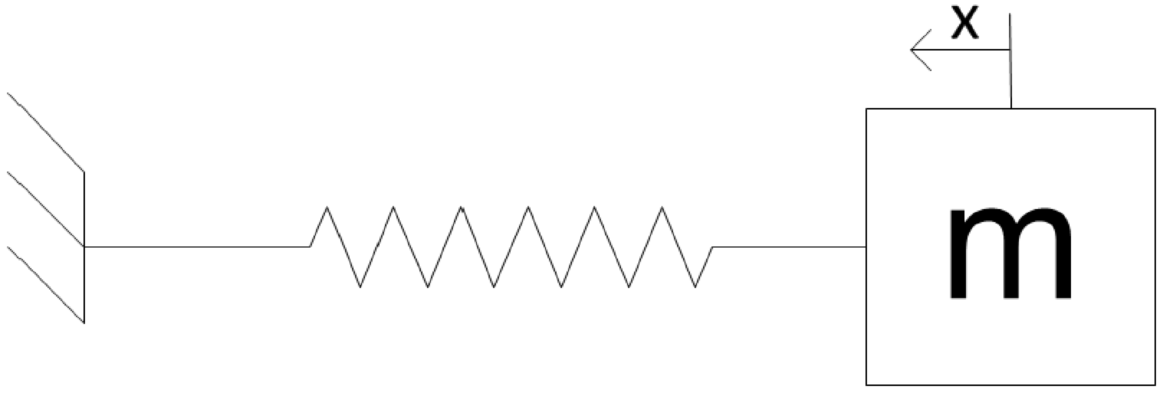
Aufgabe 1)

Ein auf einer reibungsfreien Unterlage beweglicher Körper mit einer Masse m soll mit einer Feder mit der Federkonstante c mit einer festen Wand verbunden sein.



Aufgabe 1a)

Stellen Sie für die oben gezeichnete Anordnung die Kräftegleichung auf (Gewichtskraft der Masse spielt dabei keine Rolle, da die Masse auf einer reibungsfreien Unterlage liegt).

<u>Lösung:</u>

$$0 = F_f + F_m$$

F_f = Kraft durch Feder

(Durch die Bewegung des Körpers wird die Feder zusammengedrückt. Aufgrund der Federsteifigkeit wirkt die Feder dieser Verformung aber entgegen.)

F_m = Kraft durch Trägheit (wirkt Bewegung entgegen)

Aufgabe 1b)

Drücken Sie die auftretenden Kräfte in Abhängigkeit der Auslenkung x (bzw. deren Ableitungen) aus.

Lösung:

$$0 = -c * x - m * \ddot{x}$$

$$0 = c * x + m * \ddot{x}$$

Aufgabe 1c)

Lösen Sie die in 1b) entstandene DGL mit dem Ansatz $x(t) = \hat{x} * \sin(\omega t)$

Lösung:

Ansatz:

$x(t) = \hat{x} * \sin(\omega t)$

$\dot{x} = \hat{x} * \omega * \cos(\omega t)$

$\ddot{x} = -\hat{x} * \omega^2 * \sin(\omega t)$

$0 = c * x + m * \ddot{x}$

$0 = c * \hat{x} * \sin(\omega t) - m * \hat{x} * \omega^2 * \sin(\omega t)$

$0 = \frac{c}{m} * \hat{x} * \sin(\omega t) - \hat{x} * \omega^2 * \sin(\omega t)$

$0 = \frac{c}{m} - \omega^2$

$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = 2 * \pi * f$

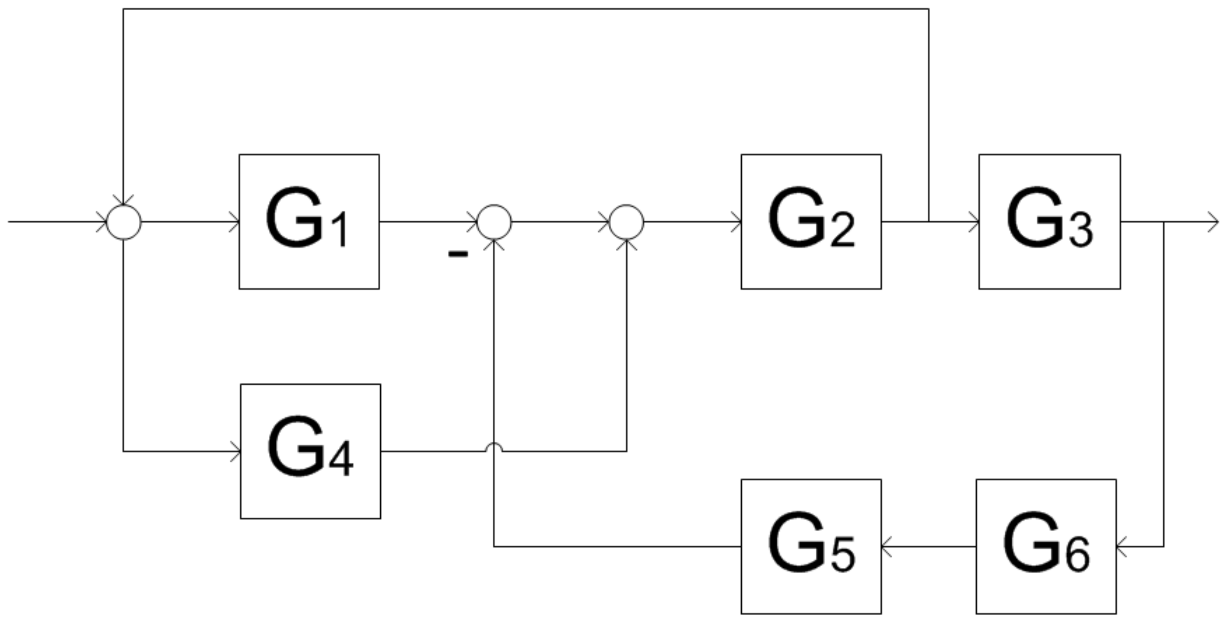
Aufgabe 1d)

Bei welcher Frequenz f schwingt die oben gezeichnete Anordnung?

Lösung:

Hier habe ich wirklich keine Ahnung. Würde mich freuen, wenn ihr mir mit einem Ansatz weiterhelfen könntet.

Aufgabe 2)

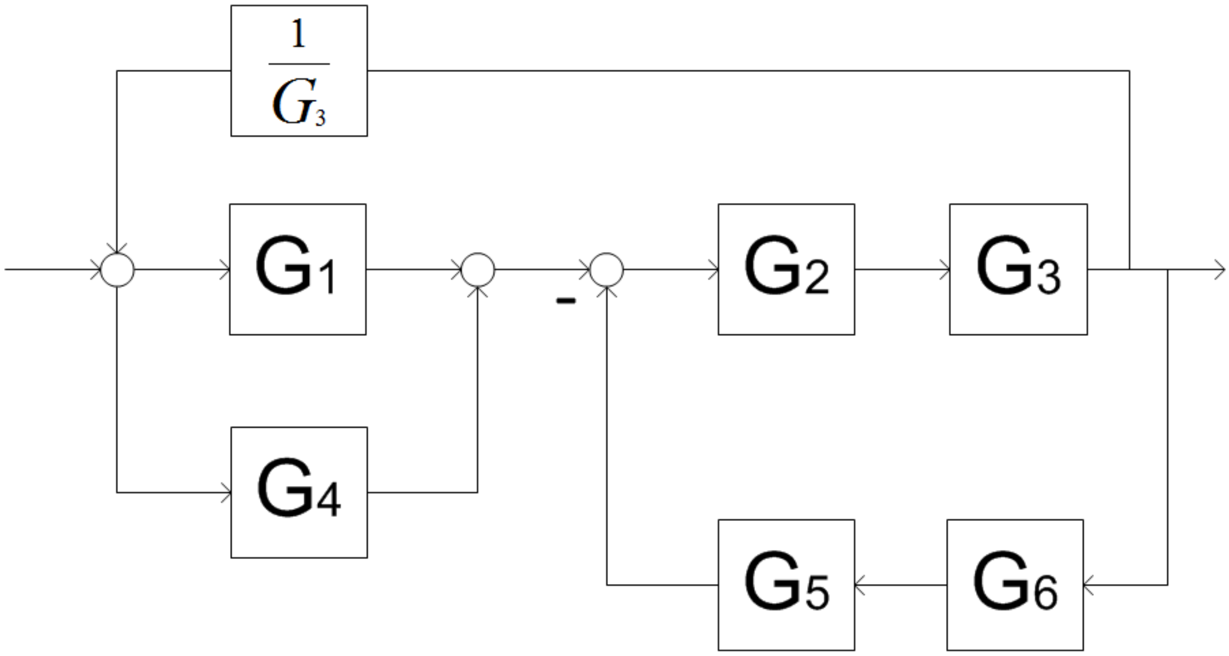


Aufgabe 2a)

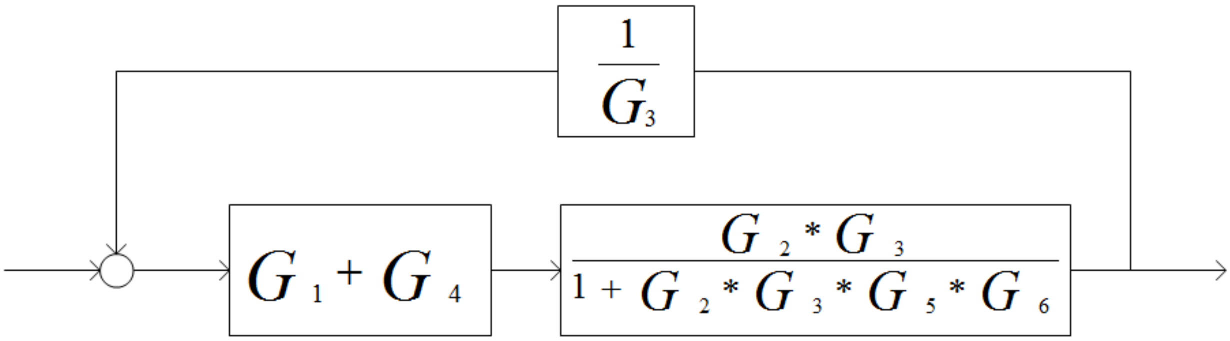
Vereinfachen Sie das obige Blockschaltbild gemäß den Rechenregeln der Blockschaltalgebra und berechnen Sie die Gesamtübertragungsfunktion G(s). Vereinfachen Sie die entstandene Gesamtübertragungsfunktion so weit wie möglich.

Lösung:

Schritt 1:



Schritt 2:



Schritt 3:

$$\frac{\dfrac{(G_1 + G_4) * G_2 * G_3}{1 + G_2 * G_3 * G_5 * G_6}}{1 - \dfrac{(G_1 + G_4) * G_2 * G_3}{(1 + G_2 * G_3 * G_5 * G_6) * G_3}}$$

Schritt 4:

$$\frac{(G_1 + G_4) * G_2 * G_3}{1 + G_2 * G_3 * G_5 * G_6 - G_1 * G_2 - G_4 * G_2}$$

Aufgabe 2b)

Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion G(s) für $G_1 = G_2 = G_3 = G_5 = s$ und $G_4 = G_6 = 3$.

<u>Lösung:</u>

$$G(s) = \frac{(s+3) * s * s}{1 + s * s * s * 3 - s * s - 3 * s} = \frac{s^2 + 3 * s}{1 + 3 * s^3 - s^2 - 3 * s}$$

Aufgabe 2c)

Ist das System aus 3b) stabil? Begründen Sie ihre Antwort!

<u>Lösung:</u>

Bestimmung der Polstellen:

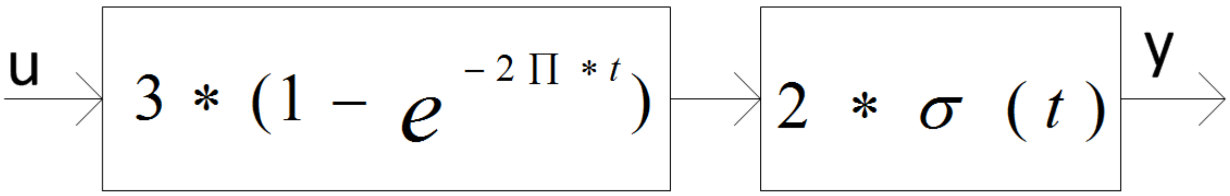
$$0 = 1 + 3 * s^3 - s^2 - 3 * s$$

Erste Polstelle:

$$s_1 = 1$$

Ein System ist nur stabil, wenn alle Pole links der Imaginärachse liegen, also nur negative Realteile besitzen. Da das System mit $s_1 = 1$ eine positive Polstelle besitzt, ist es nicht stabil.

Aufgabe 3)



$\sigma(t)$ = Einheitssprung

Aufgabe 3a)

Transformieren Sie dieses Blockschaltbild in den Bildbereich.

<u>Lösung:</u>

Zeitbereich $\circ\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet$ Bildbereich
f(t) $\circ\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet$ F(s)
$\circ\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet$ …..Transformationssymbol

$$3 * (1 - e^{-2\pi * t}) \quad \circ\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet \quad 3 * \frac{2\pi}{s * (s + 2\pi)} = \frac{1}{\frac{1}{3} * s * (\frac{1}{2\pi} * s + 1)}$$

$$2 * \sigma(t) \quad \circ\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet \quad 2 * \frac{1}{s} = \frac{1}{\frac{1}{2} * s}$$

Aufgabe 3b)

Um welche Systemtypen handelt es sich bei den einzelnen Blöcken?

<u>Lösung:</u>

Block 1: IT1

Block 2: I

Aufgabe 3c)

Berechnen Sie die Gesamtübertragungsfunktion G(s)=Y(s)/X(s)

$$G(s) = 3 * \frac{2\pi}{s * (s + 2\pi)} * 2 * \frac{1}{s} = \frac{12\pi}{s^2 * (s + 2\pi)}$$

Aufgabe 3d)

Zeichnen Sie das Pol-Nullstellendiagramm von G(s).

<u>Lösung:</u>

Nullstellen:

$0 = 12\pi$ → keine Nullstellen

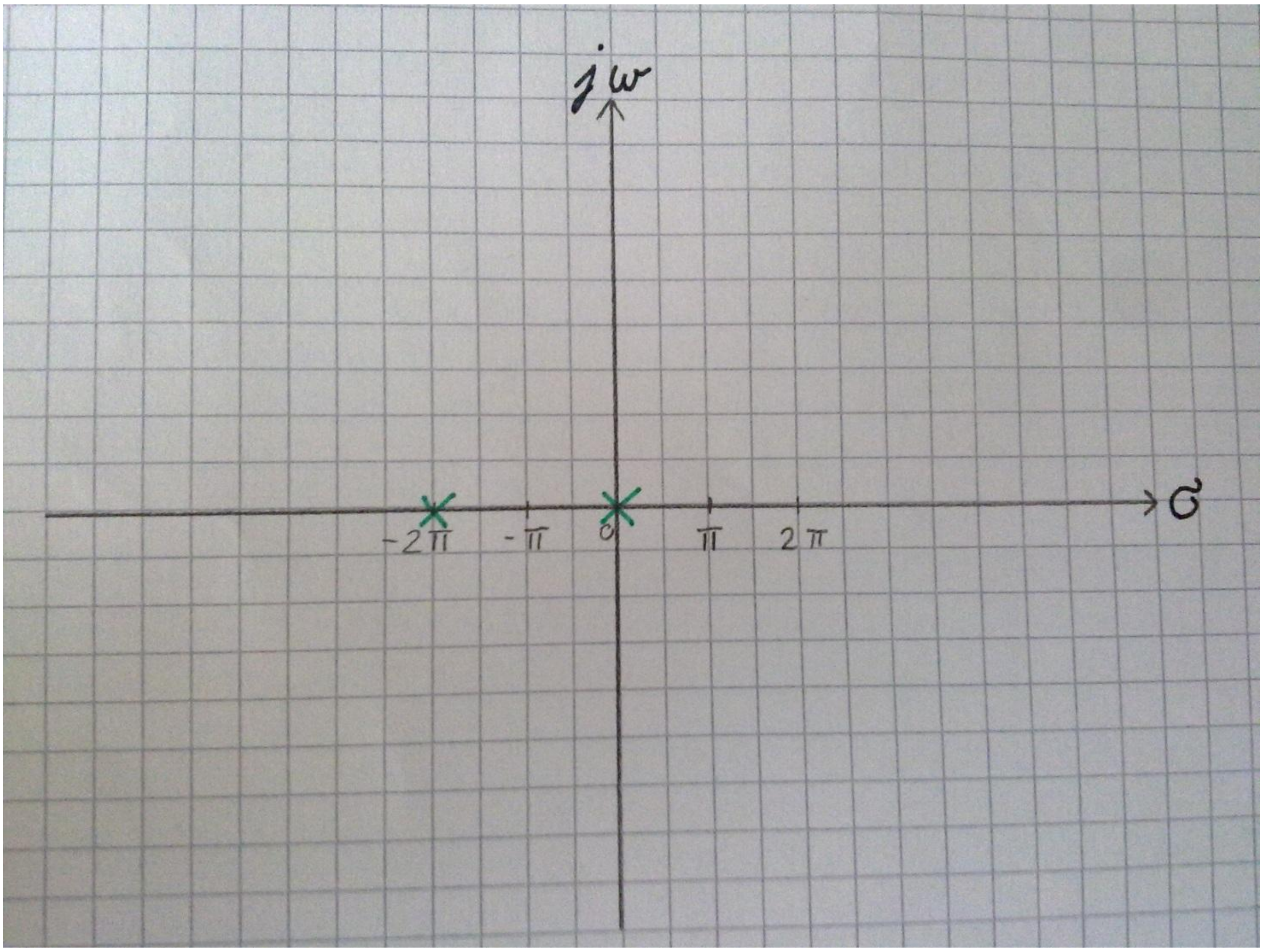
Polstellen:

$$0 = s^2 * (s + 2\pi)$$

$s_1 = 0$

$$0 = s + 2\pi$$

$s_2 = -2\pi$



Aufgabe 3e)

Berechnen Sie Y(s) für das Eingangssignal $u(t) = \pi * \delta(t)$

$\delta(t) = \delta$ – Impuls

<u>Lösung:</u>

$u(t) = \pi * \delta(t)$ ○—● $U(s) = \pi$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

$$Y(s) = G(s) * U(s)$$

$$Y(s) = \frac{12\pi^2}{s^2 * (s + 2\pi)}$$

Aufgabe 3f)

Bestimmen Sie $y(t) = u(t) * g(t)$

Lösung:

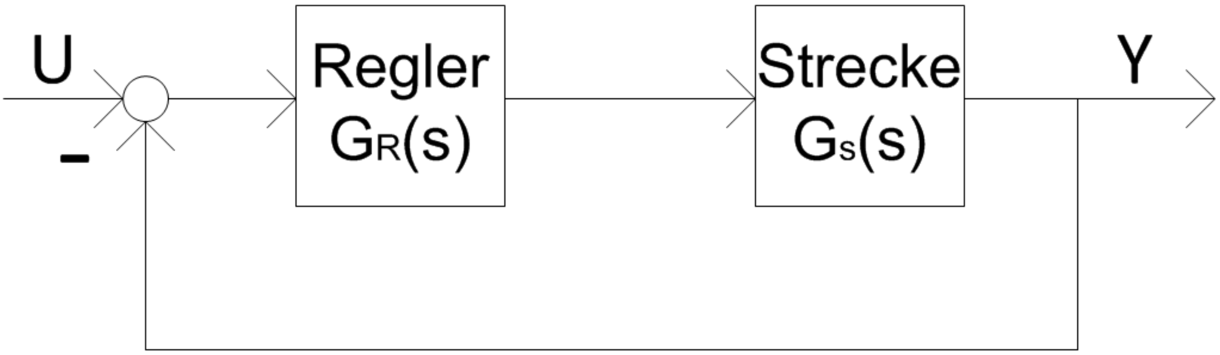
Y(s) $\bullet\!\!-\!\!\!-\!\!\circ$ y(t)

$$Y(s) = 12\pi^2 * \frac{1}{s^2 * (s + 2\pi)}$$

$$\begin{array}{c}\bullet\\ |\\ \circ\end{array}$$

$$y(t) = 12\pi^2 * \frac{1}{4\pi^2} * (e^{-2\pi * t} - 1 + 2\pi * t) = 3 * (e^{-2\pi * t} - 1 + 2\pi * t)$$

Aufgabe 4)



$$G_R(s) = \frac{1}{T_n * s}$$

$$G_S(s) = 17$$

Aufgabe 4a)

Um welchen Typ Regler und welchen Typ Strecke handelt es sich hierbei? Was sind die Vor- und Nachteile des verwendeten Reglertyps?

Lösung:

Regler: I-Regler
Strecke: P-Strecke

Vorteile I-Regler:

Der Integralwirkende Regler summiert die Regelabweichung über der Zeit auf und multipliziert die Summe (d.h. das Integral) mit dem Faktor Ki. Je länger eine Regelabweichung ansteht, desto größer wird die Stellgröße des I-Reglers.
Der I-geregelte-Kreis eliminiert die Abweichung vollständig.

Nachteil I-Regler:

Der I-geregelte Kreis ist langsam.

Aufgabe 4b)

Berechnen Sie die Gesamtübertragungsfunktion (incl. Rückkopplung) des oben gezeichneten Regelkreises.

Lösung:

$$G(s) = \frac{\frac{1}{T_n * s} * 17}{1 + \frac{1}{T_n * s} * 17} = \frac{17}{T_n * s + 17}$$

Aufgabe 4c)

Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf von Y auf einen Sprung der Führungsgröße W zum Zeitpunkt t = 0 von 0 auf einen Wert von 2.

<u>Lösung:</u>

K = 2 = U(s) → Einheitssprung

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

$$Y(s) = G(s) * U(s)$$

$$Y(s) = \frac{2 * 17}{T_n * s + 17} = 2 * \frac{1}{\frac{1}{17} * T_n * s + 1}$$

Bei der Skizzierung des Verlaufs von Y(s) weiß ich nicht, wie ich das angehen soll. Würd mich da über Ansätze von euch freuen.

Aufgabe 4d)

Wie müsste die Nachstellzeit Tn gewählt werden, damit bei dem in 4c) beschriebenen Sprung am Eingang nach 100 ms ein Ausgangswert von Y=1,26 erreicht wird?

<u>Lösung:</u>

$$Y(s) = 2 * \frac{1}{\frac{1}{17} * T_n * s + 1} = \frac{34}{T_n} * \frac{1}{s + \frac{17}{T_n}}$$

$$\bullet\!-\!\circ$$

$$y(t) = \frac{34}{T_n} * e^{-\frac{17}{T_n} * t} = 1{,}26$$

t = 100 ms = 0,1 s

Die Formel müsste ich ja jetzt nach T_n umstellen, nur bin ich mir nicht sicher, ob die Gleichung stimmt, da ich keine Möglichkeit sehe T_n auf eine Seite zu bekommen. Hoffe ihr könnt mir helfen.