151-0591-00 **Regelungstechnik I** (HS 2007) **Übung 3**

Thema: **Systemklassifizierung, Systeme 1. Ordnung im Zeitbereich, Stabilitätsanalyse**

Ausgabe: 18. 10. 07 Vorbesprechung: 19. 10. 07 Abgabe: 26. 10. 07 Nachbesprechung: 02. 11. 07

Name: .... Vorname: .... Visum: ....

moritz.oetiker@imrt.mavt.ethz.ch, 16. Oktober 2007

Aufgabe 1 (Klassifizierung von Systemen)

Klassifizieren Sie (mit kurzer Begründung) die nachfolgenden Systeme gemäss den folgenden Kriterien: *SISO/MIMO*, *zeitinvariant/zeitvariant*, *linear/nichtlinear*, *statisch/dynamisch*, und geben Sie jeweils die Ordnung des Systems an. Die Variable $u(t)$ bezeichne die Eingangsgrösse(n), $y(t)$ die Ausgangsgrösse(n) und t die Zeit.

a) $\dfrac{dy(t)}{dt} = a^2\,y(t) + \dfrac{1}{\sqrt{t}}\,u(t), \qquad u(t), y(t) \in \mathbb{R}$

b) $y(t) = K + L\,u(t), \qquad u(t), y(t) \in \mathbb{R}^2$

c) $\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= t^2\,x(t) + b\,u(t) \\ y(t) &= \cos(c)\,x(t) + d\,u(t) \end{aligned}, \qquad x(t), u(t), y(t) \in \mathbb{R}$

d) $\begin{aligned} \frac{d\phi(t)}{dt} &= M(t)\,\phi(t) + N\,u(t) \\ y(t) &= O\,\phi(t) + P\,u(t) \end{aligned}, \qquad M \in \mathbb{R}^{4\times4},\; N \in \mathbb{R}^{4\times2},\; O \in \mathbb{R}^{5\times4},\; P \in \mathbb{R}^{5\times2}$

Aufgabe 2 (Lineares System 1. Ordnung)

Die Temperaturdynamik der Luft in einem Hörsaal kann sehr vereinfacht als ein System erster Ordnung („stirred reactor“)[1] modelliert werden,

$$c_p\,\rho\,V\,\frac{dz(t)}{dt} = -\kappa A\,z(t) + v(t), \quad w(t) = z(t), \qquad \text{mit} \quad z(t) := \vartheta_i(t) - \vartheta_o,\; v(t) := P(t)$$

und

ϑ_o	Aussentemperatur (°C)	c_p	Spezifische Wärmekapazität ($\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$)
$\vartheta_i(t)$	Lufttemperatur im Hörsaal (°C)	ρ	Dichte der Luft ($\mathrm{kg\,m^{-3}}$)
$P(t)$	Zugeführte Wärmeleistung (W)	V	Volumen des Hörsaals ($\mathrm{m^3}$)
		κA	Wärmeübergangsparameter ($\mathrm{W\,K^{-1}}$).

a) In einem Experiment sei die Antwort des Systems auf einen Sprung in der Heizleistung (in Watt) von $P(t) = 3 \cdot 10^4 \cdot h(t - 1000)$ gemessen worden (vergleiche Abbildung 1). Bestimmen Sie aus diesen Messdaten[2] den Wärmeübergangsparameter κA und das Volumen V des Hörsaals approximativ. Verwenden Sie für die Eigenschaften der Luft folgende Werte: $\rho = 1.3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, $c_p = 1005\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$.

[1] Vergleiche: *Analysis and Synthesis of Single-Input Single-Output Control Systems*, L. Guzzella, Example 2.3.2.
[2] Diese „Pseudomessdaten“ sind für den Zweck dieser Übung in der Simulation erzeugt worden.

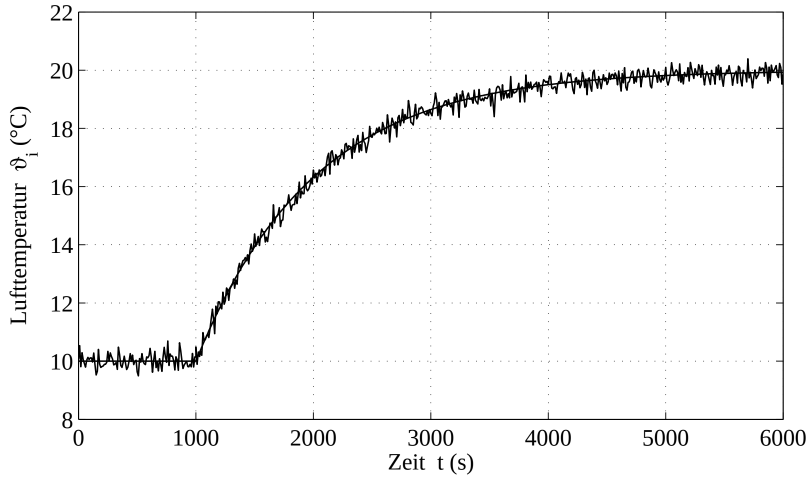

Abbildung 1: Gemessene Lufttemperatur bei einem Sprung in der Heizleistung („step response“)

b) Zur Zeit 10:15 ($t = 0$) betreten 258 Studenten und 1 Professor den Hörsaal. Sie verlassen ihn um 11:00 ($t = \Delta t_1$), kehren zurück um 11:10 ($t = \Delta t_1 + \Delta t_p$) und verschwinden definitiv um 11:55 ($t = \Delta t_1 + \Delta t_p + \Delta t_2$). Die Abwärme eines Studenten betrage 75 W, die Abwärme des Professors 150 W und die Leistung der Heizung sei konstant 30 kW. Der Hörsaal habe zu Beginn der Vorlesung eine Temperatur von 20°C, und die Aussentemperatur betrage 10°C.

i) Skizzieren Sie den Verlauf der Wärmeleistung $P(t)$ (Personen und Heizung).

ii) Skizzieren Sie den Verlauf der Temperatur im Hörsaal über die Zeit t.

iii) Berechnen Sie die Temperatur im Hörsaal um 11:55.

c) Entwerfen Sie ein mögliches Konzept (Signalflussbild) zur Regelung der Temperatur im Hörsaal. Behandeln Sie dabei die Abwärme der Personen als Störgrösse.

Aufgabe 3 (Stabilitätsanalyse)

Beurteilen Sie die Lyapunov Stabilität der folgenden linearen, dynamischen Systeme mit Systemmatrix A.

a) $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 12 & -7 \end{bmatrix}$

b) $A = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$

c) $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 0 \\ 12 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & -11 \end{bmatrix}$

d) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$