

Übungsblatt 2

Ausgabe: 14.10.2008

Zu bearbeiten bis: 21.10.2008

Aufgabe 3

Ist $\rho(r)$ die Dichte einer kugelsymmetrischen Massenverteilung, so ist

$$M = \int_a^b \rho(r) 4\pi r^2 dr$$

die Masse in der Kugelschale zwischen $r = a$ und $r = b$. Das Integral lässt sich am einfachsten näherungsweise mit der Trapezregel berechnen:

$$\int_a^b \rho(r) 4\pi r^2 dr \approx \sum_{i=1}^n \frac{\rho(r_{i-1})4\pi r_{i-1}^2 + \rho(r_i)4\pi r_i^2}{2} (r_i - r_{i-1})$$

wenn die Dichte an den Stützstellen r_0, r_1, \dots, r_n gegeben ist mit $r_0 = a$ und $r_n = b$.

Berechnen Sie die Massen der fünf Bereiche innerer Kern, äußerer Kern, unterer Mantel, oberer Mantel (alles zwischen unterem Mantel und Kruste) und Kruste sowie deren Anteile an der Gesamtmasse der Erde!

Aufgabe 4

Das Trägheitsmoment einer kugelsymmetrischen Massenverteilung ist

$$\Theta = \frac{8\pi}{3} \int_0^R \rho(r) r^4 dr$$

Berechnen Sie das Trägheitsmoment der Erde aus den PREM-Daten, und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Trägheitsmoment einer homogenen Kugel gleicher Gesamtmasse und dem der realen Erde!

Aufgabe 5

Die Schwerebeschleunigung im Inneren einer kugelsymmetrischen Massenverteilung lässt sich nach der Formel

$$g(r) = \frac{\gamma \int_0^r \rho(u) 4\pi u^2 du}{r^2}$$

berechnen. Hierbei ist γ die Gravitationskonstante. Berechnen Sie $g(r)$ numerisch aus den Daten des PREM, und stellen Sie das Ergebnis grafisch dar! Wo ist demnach die Schwerebeschleunigung maximal?