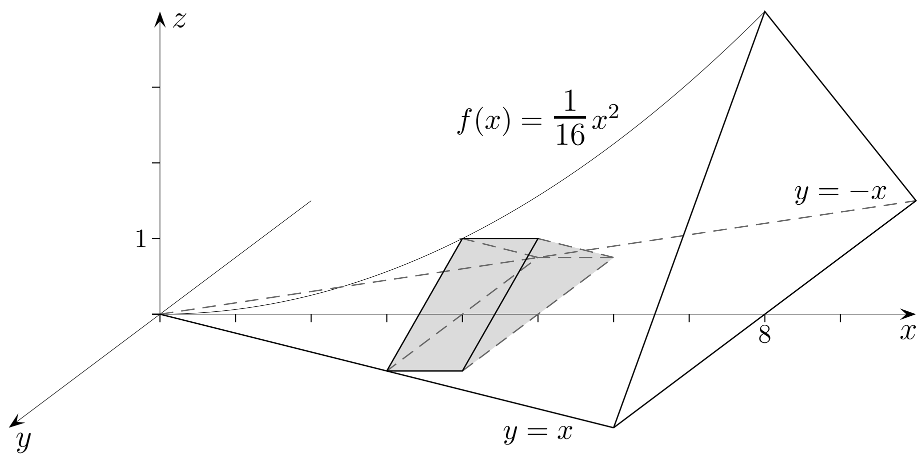
Volumenberechnung durch Integration

Um das Volumen des Körpers zu berechnen, betrachte Lotebenen zur x-Achse und stelle einen funktionalen Zusammenhang der Querschnittsfläche mit der Abszisse x her. Sei $Q(x)$ die Querschnittsfunktion. Das Volumen des Körpers ist dann:

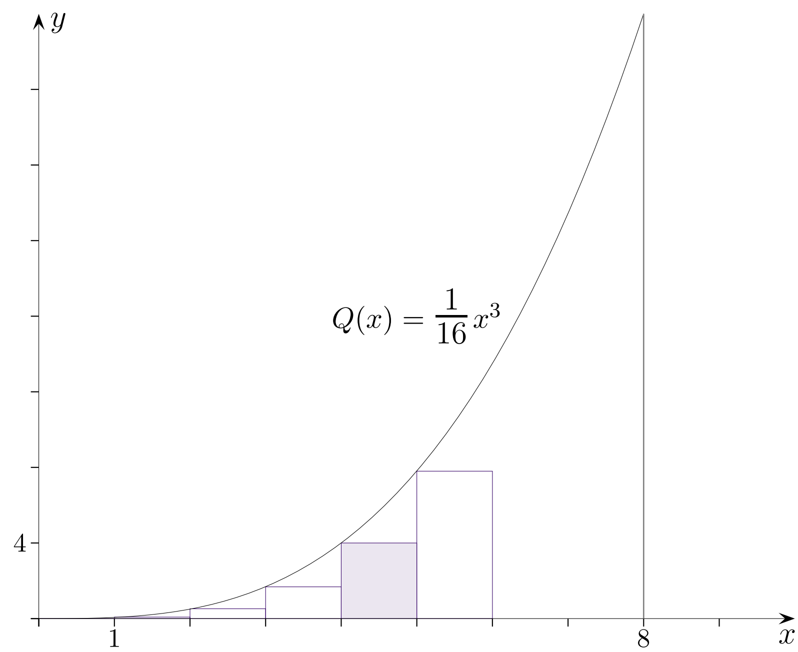
$$V = \int_0^8 Q(x)\,dx$$

Erläutere dies.
(Welche Bedeutung haben die Rechteckflächen?)



In diesem Fall gilt:

$Q(x) = \frac{1}{16}x^3.$



$$V = \int_0^8 \frac{1}{16}x^3\,dx = \ ... \ = 64\,VE$$

1. Berechne das Volumen einer quadratischen Pyramide mit der Höhe h.
2. Der Graph der Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ rotiere in den Grenzen von 1 bis 5 um die x-Achse. Berechne das Rotationsvolumen.
3. Berechne das Volumen einer Kugel.

Volumenberechnung durch Integration

1. Berechne das Volumen einer quadratischen Pyramide mit der Höhe h.
2. Der Graph der Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ rotiere in den Grenzen von 1 bis 5 um die x-Achse. Berechne das Rotationsvolumen.
3. Berechne das Volumen einer Kugel.

Lösungen:

1. $Q(x) = \frac{a^2}{h^2}x^2, \quad V = \frac{1}{3}a^2h$
2. $V = 12\pi$
3. $V = \frac{4}{3}\pi r^3$