

Aufgabe 2: Simulation eines QuadroCopters

Grundlagen

Gegeben sei das vereinfachte mathematische Modell eines QuadroCopters:

$$\ddot{\mathbf{p}}^{\mathcal{W}} = \frac{1}{m} \left(\mathbf{R}^{\mathcal{W}\mathcal{B}} \cdot \mathbf{F}_{\text{Thrust}}^{\mathcal{B}} \right) + \mathbf{F}_G = \frac{1}{m} \left(\mathbf{R}^{\mathcal{W}\mathcal{B}} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -T \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (1)$$

Dabei entspricht \mathbf{p} der Position des QuadroCopters (bzw. seines Koordinatenursprungs \mathcal{B}) in einem Weltkoordinatensystem \mathcal{W} . Weiterhin wird die Masse m des Systems benötigt, welche mit $m = 1 \text{ kg}$ angenommen werden soll. Eine weitere skalare Konstante ist die Schwerebeschleunigung $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, welche entlang der positiven z -Achse des Weltsystems wirkt. Die Gesamtschubkraft T der vier Rotoren wirkt entlang der negativen z -Achse des QuadroCopter-Koordinatensystems. Eine schematische Darstellung der genannten Größen und Koordinatensysteme ist in Abbildung 1 gegeben.

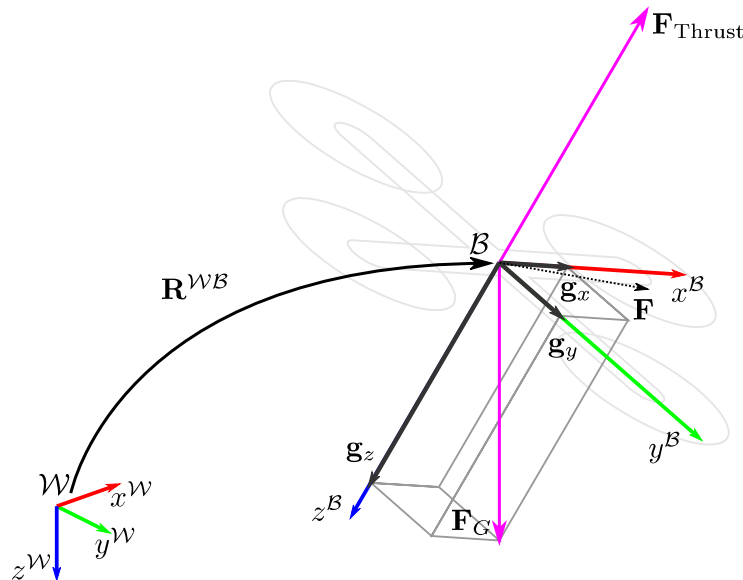


Figure 1: Darstellung des QuadroCopters als Punktmasse-System mit den angreifenden Kräften. Die Gewichtskraft ist dabei als Vektor im Weltkoordinatensystem \mathcal{W} gegeben und die Schubkraft der Rotoren im Bodykoordinatensystem \mathcal{B} .

Die Rotationsmatrix $\mathbf{R}^{\mathcal{W}\mathcal{B}}$ kann wie folgt berechnet werden:

²Schema: beleg2_A1_vorname_nachname.m

$$\mathbf{R}^{\mathcal{WB}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\phi & s_\phi \\ 0 & -s_\phi & c_\phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & -s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_\psi & s_\psi & 0 \\ -s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Die Abkürzungen c und s stehen dabei jeweils für \cos und \sin und ihre Indices für den aktuellen Winkel des QuadroCopters relativ zur Welt, angegeben als Euler-Winkel. Dabei entspricht ϕ der Rotation um die x-Achse (roll), θ der Rotation um y (pitch) und ψ der Rotation um z (yaw) des QuadroCopters.

Zusammengefasst bleiben also die folgenden Variablen unbekannt: ϕ, θ, ψ, T . Sie bilden den Vektor der Eingabewerte \mathbf{u} in das System QuadroCopter und können zum Steuern des Systems genutzt werden. D.h. mit diesen vier Eingabegrößen kann die Position sowie Orientierung des Systems im dreidimensionalen Raum verändert werden. Im Weiteren nehmen wir an, dass ψ auf Null gesetzt und nicht verändert wird.

Aufgabe

Ziel ist es, den Geschwindigkeits- und Positionsverlauf mit einer geeigneten Methode zu simulieren und den QuadroCopter mittels einer Regelung auf eine vorgegebene Sollposition zu navigieren.

Für den Anflug der Zielposition soll ein kaskadierter³ P-Regler⁴ für die Geschwindigkeit (innerer Regelkreis) mit der überlagerten P-Regelung für die Position implementiert werden. Ausnahme bildet der Ansteuerwert für den Schub und damit die Regelung der z-Position. Für diese muss der Geschwindigkeitsregler um einen I-Anteil sowie einen Konstantanteil erweitert werden:

$$u_{\text{Thrust}} = \underbrace{K_P \cdot (v_{\text{soll}} - v_{\text{ist}})}_{\text{P-Anteil}} + \underbrace{K_I \cdot \sum_{0 \dots t} (v_{\text{soll}} - v_{\text{ist}})}_{\text{I-Anteil}} + g \quad (2)$$

Zum besseren Verständniss ist die Reglerstruktur in Abbildung 2 visualisiert.

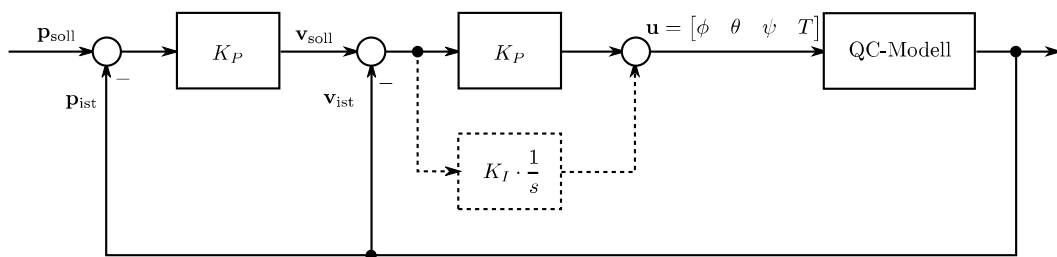


Figure 2: Umzusetzende Reglerstruktur.

Die Aufgabe soll mit den folgenden Randbedingungen gelöst werden:

- Die Ansteuerwerte für ϕ und θ sollen auf 30° begrenzt werden.
- Die Geschwindigkeitsregelung soll mit 50 Hz ausgeführt werden.
- Die Positionsregelung soll mit 10 Hz ausgeführt werden.
- Die Simulation soll mit 100 Hz für die Zeit von 0 s bis 10 s erfolgen.

³<http://de.wikipedia.org/wiki/Kaskadenregelung>

⁴<http://de.wikipedia.org/wiki/Regler>

- Die Startwerte für Geschwindigkeit und Position liegen jeweils bei 0.
- Als Verfahren für die numerische Simulation soll die explizite Trapezmethode, wie im Vorlesungsskript beschrieben, genutzt werden.

Nutzen Sie zum Lösen der Aufgabe das vorgegebene Matlab-Skript-Gerüst⁵ indem Sie es zuerst umbenennen⁶ und anschließend die notwendigen Funktionalitäten ergänzen. Fügen Sie Ihre angefertigten Plots des Geschwindigkeitsverlaufs und des Positionsverlaufs Ihrem Protokoll hinzu.

⁵Dateiname: `qc_skeleton.m`

⁶Schema: `beleg2_A2_vorname_nachname.m`