

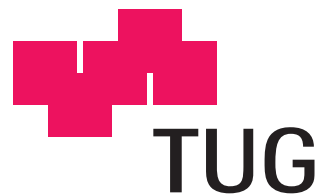
Diplomarbeit

Vision-Based Control of an Inverted Pendulum using Cascaded Particle Filters

Manuel Stuflessner

Institut für Elektrische
Messtechnik und Messsignalverarbeitung
Technische Universität Graz

Vorstand: O. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Georg Brasseur



Begutachter: Ao. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Axel Pinz
Betreuer: Univ.-Ass. Dipl.-Ing. Markus Brandner

Graz, im November 2007

Kurzfassung

In den letzten Jahren ist der Gebrauch von Kameras als Sensoren ständig angestiegen. Zu den Anwendungen von bildgebenden Sensoren gehören die industrielle Qualitätskontrolle und Sortieranlagen. Aus diesem Grund stieg auch die Bedeutung der bildgebenden Sensoren in der universitären Forschung. In dieser Arbeit wurde ein Demonstrator für den Laborbetrieb entwickelt und konstruiert, um die Studenten in das Fachgebiet der bildgestützten Messtechnik einzuführen. Der Demonstrator zeigt anschaulich, wie mit bildgestützter Messtechnik neben Steuerungen auch Echtzeit-Regelungen gelöst werden können. Das inverse Pendel, ein klassisches Beispiel in der Regelungstechnik, wird im Demonstrator eingesetzt.

Der einführende Teil der Arbeit gibt einen Einblick in die mathematische Beschreibung und Regelung des inversen Pendels, als anschauliches Beispiel für ein nichtlineares und instabiles System. Das Hauptaugenmerk liegt jedoch in der bildgestützten Verfolgung der Demonstratorkomponenten Wagen und Pendelgewicht und der daraus folgenden Extraktion der Zustandsgrößen für die Regelung. Die Aufgabenstellung wird mit der Anwendung eines kaskadierten CONDENSATION Algorithmus gelöst, welcher auf einem probabilistischen Ansatz beruht. Besondere Beachtung galt einer Implementierung mit Standard-Hardware und sie ohne wesentliche Einschränkungen für die Aufnahmesituation auszuführen.

Es wird gezeigt, dass dieses bildgestützte Messsystem in der Lage ist, die Zustandsgrößen in Echtzeit und mit einer Genauigkeit zu bestimmen, die ausreichen, um das Pendel aufzuschwingen und es in der instabilen Position zu halten. Abschließend werden die optischen Messergebnisse mit einem Referenzsystem, bestehend aus magnetischen Drehwinkelsensoren, verglichen.

Abstract

In recent years, the use of cameras as sensors has steadily increased. Applications of vision sensors include industrial quality control and sorting plants. Consequently, vision sensors have gained importance in academic research. In this work, a laboratory demonstrator has been developed in order to introduce students to the concept of vision-based control. This demonstrator exemplifies that image-based measurement cannot only be applied to control applications, but also to real-time feedback control tasks. The inverse pendulum - a classic example in the feedback control literature - is used in this demonstrator.

The introduction of the work gives an overview of the mathematical description and the feedback control of the inverse pendulum as an example for a nonlinear and unstable dynamic system. The main focus of this thesis is on vision-based tracking of the demonstrator components (i.e. the car and the pendulum) and the subsequent estimation of the state variables for the feedback control. This measurement task is solved by use of cascaded CONDENSATION algorithms, which are based on a probabilistic approach. Special regard is paid to an implementation with off-the-shelf components and without essential restrictions on the image acquisition situation.

It is shown that this optical measurement system is capable to estimate the state variables in real-time with an accuracy sufficient to swing-up the pendulum and to control it in the unstable position. Furthermore, the results of the optical system are compared with a reference system based on magnetic rotary encoders.

Danksagung

Vielen Dank an das Institut für Elektrische Messtechnik und Messsignalverarbeitung der Technischen Universität Graz, dass ich im Studienjahr 2006/07 diese Arbeit durchführen durfte. Ebenso gilt der Dank dem FWF - Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung, der diese Arbeit unter der Bewilligungsnummer S9103-N13 unterstützte.

Ich möchte mich ganz herzlich bei allen am Projekt beteiligten Personen für die gute Zusammenarbeit und das angenehme Arbeitsklima bedanken, besonders bei Herrn Schwartz für die schnelle und genaue Fertigung der zahlreichen mechanischen Teile.

Besonderer Dank gilt auch Univ.-Ass. Dipl.-Ing. Markus Brandner für seine hervorragende Betreuung, seine Bemühungen mir den Einstieg in das umfangreiche Themengebiet des optischen Trackings zu erleichtern, für die Freiheit, die ich bei der Ausführung dieser Arbeit hatte und die vielen aufbauenden und hilfreichen Gesprächen.

Meinen Wohnungs- und Studienkollegen und allen weiteren Freunden danke ich für die schöne Zeit die ich während meiner Studienzeit in Graz mit ihnen erleben durfte und für die ständige moralische Unterstützung und Motivation, die wesentlich zum erfolgreichen Abschluss meines Studiums beitrug.

Nicht zuletzt möchte ich mich ganz besonders bei meiner Mutter und meiner Familie bedanken, die mich in jeder Hinsicht unterstützt haben und mir damit mein Studium und schlussendlich diese Diplomarbeit erst ermöglicht haben. DANKE!

Graz, im November 2007

Manuel Stuflesser

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Zielsetzung	2
1.3	Gliederung	3
2	Stand der Technik	4
2.1	Betrachtung der einzelnen Komponenten	4
2.1.1	Bauformen	4
2.1.2	Sensorik	5
2.1.3	Aktorik	7
2.2	Regelung	7
2.2.1	Reglerentwurf	8
2.2.2	Zustandsschätzung	10
2.3	Optische Zustandsmessung	13
2.4	Zusammenfassung	14
3	Regelung des nichtlinearen, instabilen Systems	15
3.1	Modellbildung	15
3.1.1	Nichtlineares Modell	16
3.1.2	Lineares Modell	20
3.1.3	Parametrisierung	22
3.1.4	Zeitdiskretes Modell	25
3.2	Systemanalyse	26
3.2.1	Steuerbarkeit	27
3.2.2	Beobachtbarkeit	27
3.2.3	Stabilität	27
3.3	Der Weg nach oben	28
3.3.1	Aufschwingen	28
3.3.2	Balancieren	29
3.4	Zusammenfassung	30
4	Optisches Tracking System	31
4.1	Aspekte der Objekterkennung - Beobachtungsmodell	31

4.1.1	Geometrische Charakteristiken	32
4.1.2	Radiometrie	35
4.1.3	Objektmodell	37
4.1.4	Vordergrundmodellierung	37
4.1.5	Hintergrundmodellierung	37
4.2	Objektverfolgung	38
4.2.1	Probabilistischer Ansatz - Bayes Filter	39
4.2.2	Condensation Algorithmus	41
4.2.3	Praktische Anwendung am inversen Pendel	43
4.3	Kombination Objektverfolgung - Regelung	54
4.4	Zusammenfassung	56
5	Implementierung	57
5.1	Mechanischer und elektrischer Grundaufbau	57
5.2	Referenzsystem mit magnetischen Winkelsensoren	58
5.3	Optisches Messeinrichtung	60
5.4	Programmaufbau	60
5.5	Zusammenfassung	61
6	Experimente	63
6.1	Messergebnisse beim Aufschwingen und Stabilisieren	63
6.2	Stationäre Genauigkeit	65
6.3	Perspektive	66
6.4	Beleuchtung	67
6.5	Hintergrund	67
6.6	Zusammenfassung	69
7	Resümee	70
7.1	Ausblick	70
	Literaturverzeichnis	72
	Abbildungsverzeichnis	76

Kapitel 1

Einleitung

Heutzutage ist man daran gewöhnt, dass man bei einem Bügeleisen nicht dauernd die Temperatur nachstellen muss, dass beim Auto sich die Frequenz der Scheibenwischer der Tropfendichte anpasst, oder bei Industrieprozessen ein konstanter Druck gehalten werden kann. Alle Anwendungen haben eines gemein: sie verfügen über Sensoren, die einer Kontrolleinheit in regelmäßigen Abständen Auskunft über den aktuellen Zustand des Systems geben. Für jede physikalische Größe gibt es mittlerweile eine Unmenge von verschiedenen Ausführungen der Sensoren, die meisten davon haben den Nachteil, dass sie im direkten Kontakt mit der Messgröße stehen und so das System zum Teil wesentlich beeinflussen und sich in Folge auch die Messgröße verändert. Induktive, kapazitive oder optische Sensoren basieren auf einem berührungslosen Messverfahren, dennoch verändern sie durch die nötige Montage eines Koppelementes wie Magnet, oder Lochscheibe ebenso das Systemverhalten. Im Gegensatz dazu kann mit einer digitalen Kamera rückwirkungsfrei gemessen werden. Weitere Vorteile der bildgebenden oder auch bildgestützten Messtechnik sind die Möglichkeit von mehrdimensionalen Messungen und die Freiheit, die Kamera nicht an eine Position zu binden. Diese Eigenschaften machen die Kamera zu einem vielseitig einsetzbaren Sensor, der auch bereits in vielen Bereichen Einzug gehalten hat. Diese Arbeit verfolgt eine neue Einsatzmöglichkeit für die Kamera und geht der Fragestellung nach: Wäre ein Computer mit einer Kamera und Aktorik vielleicht ebenso in der Lage, wie der Mensch mit seinem Sehsinn einen Bleistift auf dem Finger zu balancieren?

1.1 Motivation

Vor allem die Vielzahl an Einsatzmöglichkeiten machen Kameras besonders faszinierend. So werden sie zum Beispiel in der Spieleindustrie zur Interaktion zwischen Spieler und Konsole verwendet. Filmproduktionen benutzen sie beim "Motion Capture" um die Bewegungen von Schauspielern aufzunehmen und die animierten Figuren dadurch noch realistischer darzustellen. Weiters finden sich Kameras im Überwachungssektor und auch im industriellen Umfeld, wie beispielsweise der Qualitätskontrolle. Die Bandbreite an Anwendung wächst zunehmend. Der Markt

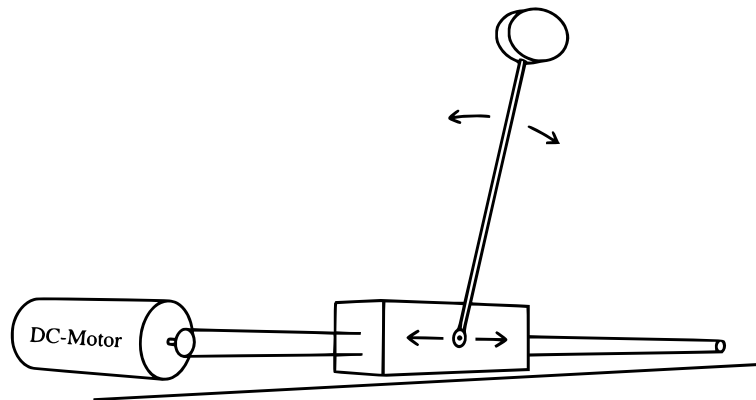


Abbildung 1.1: Einfache Skizze des inversen Pendels

unterstützt diese Entwicklung durch schnelle und hoch auflösende Kameras, sowie gestiegene Computerleistung.

Ziel dieser Arbeit ist die Verwendung einer Kamera zur Objektverfolgung an einem besonders anschaulichen Demonstrator, dem inversen Pendel (Abbildung 1.1). Dabei soll ein frei schwingendes Pendel senkrecht nach oben balanciert werden, ähnlich dem Balancieren eines Bleistiftes auf dem Finger. Das Pendel ist an einem beweglichen Wagen befestigt, der die nötigen Ausgleichbewegungen durchführt. Einziger Sensor ist eine Kamera. Sie soll in einer monokularen Messung, also einer Messung am Einzelbild alle zur Regelung notwendigen Messgrößen liefern.

Ein zusätzlicher Anreiz besteht darin die gesamte Implementierung ohne großen Kostenaufwand nur mit Standard Hardware zu realisieren. Zudem soll der Demonstrator ohne Einschränkung an die Versuchsumgebung, das heißt auch bei variabler Beleuchtung und Hintergrund, funktionieren.

1.2 Zielsetzung

Es ist ein Aufbau zu realisieren mit einem optisches Sensorsystem, sowie einem Vergleichssystem, der die Vor- und Nachteile des optischen Systems aufzeigt. Dazu sind folgende Schritte auszuführen:

- Auswahl aller elektrischen Komponenten und Fertigstellung des inversen Pendels mit konventioneller Sensortechnik.
- Modellbildung, Reglerdesign und dessen Implementierung auf einem Personal Computer. Sowie Durchführung aller weiteren Arbeiten zur Inbetriebnahme des inversen Pendels.

- Erweiterung des Aufbaues durch die Implementierung eines optischen Objektverfolgungssystems (Trackingsystems).
- Evaluierung des optischen Systems durch umfangreiche Tests.

Alle nötigen Berechnungen und Simulationen werden in der Softwareumgebung von MatLab/Simulink® durchgeführt. Die entwickelten Algorithmen sind schlussendlich in die Programmiersprache C zu übertragen und sollen auf einem PC mit Linux-Betriebssystem laufen.

1.3 Gliederung

Im folgenden **Kapitel 2** wird der aktuelle Stand der Technik gezeigt. Das umfasst den Einblick in die verschiedenen Bauformen, Sensorik, Aktorik und Entwurfmethoden von inversen Pendeln und sowie einen Überblick über die wenigen Arbeiten die sich mit der optischen Messung der Zustandgrößen beim inversen Pendel befassen haben.

Der Bereich der Regelung wird im **Kapitel 3** abgedeckt. Es werden die Schwierigkeiten bei der Regelung des inversen Pendels gezeigt und wieso es zu einem Standardbeispiel in der Regelungstechnik wurde. Das Kapitel behandelt die Modellbildung, Parametrisierung, Systemanalyse und den Reglerentwurf.

Die Wahl der richtigen Beleuchtung, Kamera, des Algorithmus für die Objekterkennung und Objektverfolgung sind entscheidend für die Funktion der optischen Zustandsmessung. Das **Kapitel 4** beschreibt alle notwendigen Überlegungen, die vor der Implementierung eines optischen Trackingsystems gemacht werden müssen.

Das **Kapitel 5** befasst sich mit der praktischen Realisierung, es beschreibt den Weg von der theoretischen Ausarbeitung zum fertigen Aufbau.

Bei den Experimenten in **Kapitel 6** kommt das optische Trackingsystem auf den Prüfstand und wird mit dem Referenzmesssystem verglichen. Dabei zeigen sich die Vor- und Nachteile des optischen Systems.

Im letztem **Kapitel 7** wird über die gesamte Arbeit ein kurzes Resümee gezogen und werden die daraus resultierenden Schlussfolgerungen beschrieben.

Kapitel 2

Stand der Technik

In diesem Kapitel wird nun genauer auf das inverse Pendel eingegangen. Eine einfache Skizze ist in Abbildung 1.1 dargestellt. Der Aufbau besteht aus dem Pendelgewicht, das über einen Ausleger mit einem Wagen drehbar gelagert verbunden ist. Der Wagen selbst ist ebenso verschiebbar. Er kann mittels Seilzugsystems von einem Motor auf der Verfahrstrecke hin- beziehungsweise hergezogen werden.

Im Unterschied zu einem normalen Pendel, wie man es von großen Wanduhren kennt, soll das inverse Pendel durch die richtige Ansteuerung des Wagens vertikal nach oben balanciert werden. Es lässt sich bereits erahnen, dass es sich dabei nicht um eine triviale Aufgabe handelt. Neben der Instabilität besitzt das inverse Pendel zudem die Eigenschaft der Nichtlinearität. Diese interessante Kombination war lange Zeit eine besondere Herausforderung für die Regelungstechnik. Mit der Zeit entwickelte sich das nichtlineare, instabile System zu einem beliebten Testobjekt für neue Regelungstechniken [CH95], [LSGS96]. Heutzutage hat das inverse Pendel, als anschauliches und faszinierendes Stabilitätsproblem einen Fixplatz in der Regelungstechniklehre eingenommen. Es gibt bereits mehrere Firmen [Qua], [CEM] und [Edu] die ein Modell speziell für die Anwendung in der Lehre vertreiben. Auch in der Industrie finden sich Anwendungsbeispiele die auf demselben Regelungsprinzip basieren. Beispielhaft sind hier die einachsigen Roller [Seg] und die Lastkranregelung genannt.

2.1 Betrachtung der einzelnen Komponenten

Die folgenden Seiten beschäftigen sich nun mit den verschiedenen Ausführungen von inversen Pendeln. Beginnend mit den unterschiedlichen Bauformen, zu der Sensorik und der Aktorik. Die einzelnen Komponenten sind in Bild 2.1 schematisch abgebildet.

2.1.1 Bauformen

Generell können die Aufbauten nach ihrer Bewegungsart und nach der Anzahl der Freiheitsgrade unterschieden werden. Im einleitenden Teil dieses Kapitel wurde die

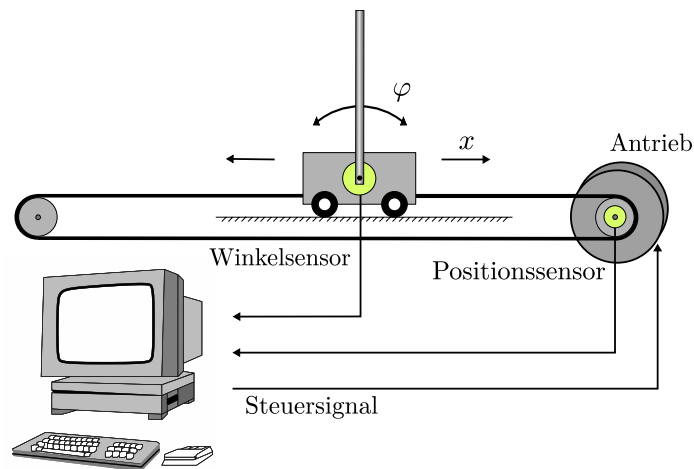


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung des inverses Pendels

übliche und meist verwendete Bauform beschrieben, bestehend aus dem Wagen und einem starren Pendel. Da sich der Wagen nur auf einer geraden Strecke bewegen kann, wird dieser Aufbau auch **lineares inverses Pendel** genannt. Wagen und Pendel besitzen hier jeweils nur einen Freiheitsgrad. Der Antrieb für den Wagen kann dabei entweder direkt am Wagen montiert [Qua] werden, wie bei einem Auto, oder am Gerüst und den Wagen mittels Seilzugsystems [Ber04] [Mig96], wie bei einer Seilbahn bewegen. Derselbe Aufbau wird beim einem **räumlichen inversen Pendel** um eine Dimension erweitert. Der Wagen kann sich auf einer horizontalen Ebene bewegen und für das Pendel ist eine Verkippung in alle Richtungen möglich. Dadurch hat das Gesamtsystem vier Freiheitsgrade.

Wird die Energie auf das Pendel durch eine Drehbewegung übertragen, spricht man von einem **rotatorischen inversen Pendel** [Qua]. Diese Art des Aufbaus hat den großen Vorteil, dass die Verfahrstrecke praktisch unbegrenzt ist.

Die neuesten Ausführungen sind **mehrachsiges inverse Pendel** [Max], dabei besteht das Pendel nicht mehr nur aus einem starren Ausleger, sondern aus zwei beziehungsweise drei Auslegern, die über Gelenke miteinander verbunden sind.

2.1.2 Sensorik

Wie wir im vorigen Abschnitt gesehen haben, besitzt das inverse Pendel in seiner einfachsten Ausführung zwei Freiheitsgrade. Um das System in jedem Zeitpunkt mathematisch beschreiben zu können, werden aktuelle Informationen über den Systemzustand benötigt und diese liefern Sensoren. Folgend ist die bei inversen Pendeln verwendete Sensortechnik aufgelistet.

Beim Pendelwinkel, sowie auch bei der Wagenposition kommen Winkelsensoren zum Einsatz. Die Wagenposition ergibt sich durch entsprechende Umrechnung aus dem Winkel der Antriebsachse.

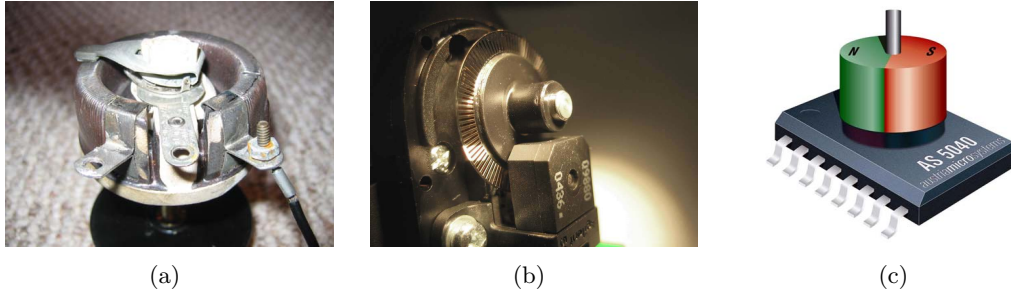


Abbildung 2.2: Diverse Winkelsensoren: Bild (a) zeigt einen resistiven Sensor (Foto: [Wik]). Die Blendenscheibe ist in Bild (b) kennzeichnend für den optischen Inkrementalgeber (Foto: [Wik]) und Abbildung (c) zeigt einen Hall-Sensor [Aus].

Resistiver Sensor (Potentiometer - Abbildung 2.2 (a)) ist ein veränderbarer Spannungsteiler, bestehend aus einem festen Gesamtwiderstandswert und einem variablen Schleifkontakt mit dem der Gesamtwiderstand in zwei Teilwiderstände unterteilt wird. Die Winkelmessung geht in eine Spannungsmessung über und muss anschließend mit einem A/D-Wandler digitalisiert werden. Potentiometer haben den Nachteil, dass sie mit dem Messobjekt mechanisch verbunden werden müssen, zudem ist die Messschaltung in ihrer einfachsten Ausführung von der Spannungsquelle und der Temperatur abhängig.

Optische Sensorik wird hauptsächlich in der Ausführung als optischer Inkrementalgeber (Abbildung 2.2 (b)) zur Drehzahlmessung von Motoren eingesetzt. Durch das Mitzählen der Impulse ist mit ihm aber auch eine relative Winkelmessung möglich. Besitzt die Blendenscheibe eine Codierung spricht man von einem optischen Encoder, der sich dann zur absoluten Winkelmessung eignet. Beide Sensoren liefern bereits ein digitales Signal und sind bis auf die Verschmutzung gegen äußere Einflüsse unempfindlich. Diese Messverfahren sind berührungslos, jedoch kommt man an der Montage einer Blendenscheibe am rotierenden Messobjekt nicht vorbei. Ihr größter Nachteil ist aber, dass die Auflösung mit kleiner werdender Baugröße auch abnimmt. Natürlich gehören auch Kameras zur optischen Sensorik. Das Kapitel optische Zustandsmessung beschreibt ihre Verwendung bei inversen Pendeln noch im Detail. In weiterer Folge ist die Bezeichnung “optisch” ein Synonym für eine Kameraanwendung.

Hall-Sensoren, beruhen auf dem gleichnamigen Hall-Effekt¹. Um von der Hall-Spannung zur Winkelinformation zu gelangen, werden mindestens zwei Hall-Elemente um 90° versetzt, um einen rotierenden Permanentmagneten angeordnet. Damit erhält man zwei um 90° verschobene Signalverläufe, die noch ausgewertet und digitalisiert werden müssen. Im Fall des in Abbildung 2.2 (c) dargestellten Sensors sind vier Hall-Elemente und ihre Auswertung in einem Chip integriert.

2.1.3 Aktorik

Die Umwandlung des elektrischen Steuersignals in eine andere physikalische Größe zur Beeinflussung des inversen Pendels, geschieht durch die Aktoren.

Der **Gleichstrommotor** besitzt gleich mehrere Vorzüge, weshalb er auch in Antriebsregelungen häufig eingesetzt wird. Er ist preiswert, sein Aufbau einfach und benötigt für die Inbetriebnahmen keine äußere Beschaltung. In Bezug auf Regelungen besticht er durch die Tatsache, dass bei ihm die Motordrehzahl proportional zur angelegten Spannung ist und das Drehmoment proportional zum Strom.

Schrittmotoren sind in ihrer Ansteuerung bereits wesentlich komplexer. Durch das schrittweise Weiterbewegen des elektromagnetischen Feldes in den Statorwicklungen wird der aus einem beziehungsweise mehreren Permanentmagneten bestehende Rotor mitgedreht. Daraus folgt die positive Eigenschaft, dass die relative Rotordrehung durch Anzahl der Steuerimpulse festgelegt ist und somit Positionierungsaufgaben ohne zusätzliche Sensortechnik erfüllt werden können. Gegen den Motor spricht der nötige Schaltungsaufwand.

Servomotoren sind meistens bürstenlose Gleichstrommotoren, die aufgrund von integrierten Sensoren, Regelung und Leistungselektronik eine vorgegebene Position beziehungsweise Drehzahl selbständig halten können.

2.2 Regelung

Das fehlende Glied zwischen Sensorik und Aktorik ist Regelung. Ihre Aufgabe ist es das Steuersignal entsprechend den Sensordaten zu verändern. Beim inversen Pendel kommt die Problematik hinzu, dass es sich dabei um ein nichtlineares und instabiles System handelt. Jedoch machten es gerade diese Eigenschaften zu einem beliebten

¹Der Hall-Effekt beschreibt die Ablenkung elektrischer Ladungen in einem stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld

Versuchsobjekt in der Regelungstechnik. Von einem nichtlinearen System spricht man, wenn es die Eigenschaft der Additivität² und/oder der Homogenität³ nicht besitzt ([HD04], Seite 19f). Dass das Pendel ohne Regelung nicht vertikal nach oben stehen bleibt, macht die Instabilität des Systems besonders anschaulich. Es geht nun darum, ausgehend vom aktuellen Systemzustand, eine Stellgröße zu finden, die das Pendel in der instabilen Ruhelage verharren lässt und somit das Gesamtsystem stabilisiert.

Bevor man sich auf die Suche nach einem geeigneten Regler machen kann, ist es nötig das System mathematisch zu beschreiben. Das inverse Pendel beinhaltet zwei beschleunigte Bewegungen, die des Wagens und die des Pendels. Zudem beeinflussen sich diese gegenseitig. Für die Beschreibung des dynamischen Verhaltens sind somit zwei Differentialgleichungen zweiter Ordnung nötig. Um ein solches Mehrgrößensystem trotzdem in eine kompakte Form zu bringen und den Einsatz eines Rechnerunterstützten Reglerentwurfes zu ermöglichen wird die Beschreibung im Zustandsraum durchgeführt. Durch die Einführung von vier Zustandsvariablen x_1, \dots, x_4 kann das dynamische Verhalten durch vier Differentialgleichungen erster Ordnung der Form

$$\dot{x}_{i(t)} = f(x_{i(t)}, u_{(t)}) \quad \text{mit } i = 1, \dots, 4 \quad (2.1)$$

vollständig beschrieben werden. Die Modellbeschreibung in Matrixschreibweise lautet dann:

$$\dot{\mathbf{x}}_{(t)} = \mathbf{A}\mathbf{x}_{(t)} + \mathbf{B}u_{(t)} \quad (2.2)$$

$$y_{(t)} = \mathbf{C}^T \mathbf{x}_{(t)} + \mathbf{D}u_{(t)} \quad (2.3)$$

Wobei \mathbf{x} den Zustandsvektor darstellt, u die Stellgröße, y die Ausgangsgröße, \mathbf{A} die Systemmatrix, \mathbf{B} die Steuermatrix, \mathbf{C} die Beobachtungsmatrix und \mathbf{D} die Durchgangsmatrix. Beim inversen Pendel werden Wagenposition $x \equiv x_1$, Wagen-geschwindigkeit $v \equiv x_2$, Pendelwinkel $\varphi \equiv x_3$ und Pendelgeschwindigkeit $\omega \equiv x_4$ als Zustandsvariablen gewählt.

2.2.1 Reglerentwurf

Die Wahl für die Zustandsraumdarstellung ist bei der Modellbildung durch das Mehrgrößensystem, die effizienten Entwurfsverfahren und die bessere Einsicht in das Systemverhalten vorgegeben. Bei der Wahl der Regelung stehen mehrere Wege offen. Viele Arbeiten bezüglich inversen Pendels beinhalten spezifische Optimierungsverfahren von Reglern, andere Regelmethode wie nichtlineare Regler, Fuzzy-Systeme,

²Sind $u_{1(t)}$ und $u_{2(t)}$ die Eingangsgrößen und $\mathbf{x}_{1(t)}$, $\mathbf{x}_{2(t)}$ die dazu gehörigen Zustandsvektoren des Systems, so gilt $u_{(t)} = u_{1(t)} + u_{2(t)} \rightarrow \mathbf{x}_{(t)} = \mathbf{x}_{1(t)} + \mathbf{x}_{2(t)}$.

³ c sei eine beliebige reelle Zahl, so gehört zu $c \cdot u_{(t)}$ der Systemzustand $c \cdot \mathbf{x}_{(t)}$ für $\mathbf{x}_{t=0} = 0$.

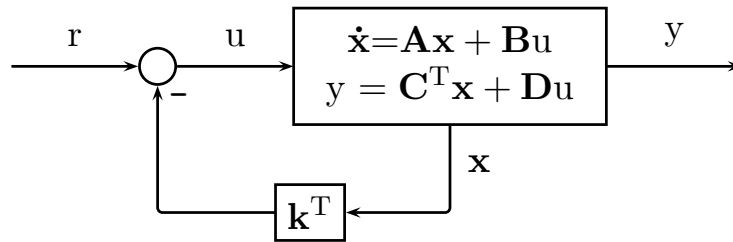


Abbildung 2.3: Zustandsrückführung: Die Stellgröße ergibt sich aus der Führungsgröße r und einer Linearkombination von \mathbf{k}^T und dem Systemzustand \mathbf{x} .

oder Neuronale Netze sind in ihrem Aufbau sehr komplex. So wird in dieser Arbeit, wie auch in den meisten, die auf der Zustandsdarstellung beruhende Regelung mittels Zustandsrückführung verwendet. Einziger Kritikpunkt gegen das Verfahren ist, dass es nur auf lineare Systeme anwendbar ist, wir also das nichtlineare System in ein solches überführen müssen. Das geschieht durch die Linearisierung in der instabilen Ruhelage. Das Ergebnis des Reglerentwurfs garantiert damit auch nur eine lokale Stabilität in der Umgebung des Linearisierungspunktes.

Da es sich hier um ein reines Stabilisierungsproblem (Führungsgröße $r = 0$) handelt, ist das Bildungsgesetz (2.4) für die Stellgröße eine Linearkombination aus Regelkoeffizienten k_i und Zustandsgrößen x_i .

$$u_{(t)} = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}_{(t)} \quad (2.4)$$

Die Zustandsregelung setzt voraus, dass die Reglerstrecke steuerbar⁴ und auch beobachtbar⁵ ist. An dieser Stelle wird deshalb angenommen das inverse Pendel besitzt diese beiden Eigenschaften. Der Beweis folgt im Kapitel Systemanalyse. Zur Berechnung der Regelkoeffizienten k_i stehen dann die beiden Standardentwurfsmethoden Polvorgabe und Linear-Quadratischer Regler (LQR) zur Auswahl.

Polvorgabe: Die Lage der Eigenwerte eines Systems bestimmt sein dynamisches Verhalten. Daher ist der Gedanke nahe liegend diese gezielt zu verschieben, um dem System ein gewünschtes Verhalten aufzuzwingen. Durch die Zustandsrückführung wird dies auch möglich, da die Beschreibung des Gesamtsystems von der Form (2.2) nun in die Differentialgleichungen

$$\dot{\mathbf{x}}_{(t)} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{k}^T)\mathbf{x}_{(t)} \quad (2.5)$$

⁴Bei geeigneter Wahl der Stellgröße $u_{(t)}$ lässt sich der Zustandsvektor \mathbf{x} in endlicher Zeit T von einem beliebigen Anfangszustand $\mathbf{x}_{t=0}$ in einen beliebigen Endzustand $\mathbf{x}_{t=T}$ überführen ([HD04], Seite 78).

⁵Aus der Kenntnis von Systembeschreibung, $u_{(t)}$ und $y_{(t)}$ in einem endlichen Zeitintervall $[0, T]$, kann der unbekannte Anfangszustand $\mathbf{x}_{t=0}$ bestimmt werden ([HD04], Seite 79).

über geht. Durch die Platzierung der Eigenwerte links der imaginären Achse ist zugleich auch das Stabilitätskriterium erfüllt. Die Forderung nach einem Mindestmaß an Dämpfung schränkt den Zielbereich der Pole weiter ein. Nach der Auswahl erfolgt die Berechnung der Regelkoeffizienten \mathbf{k}^T mit der Formel von *Ackermann* ([HD04], Seiten 403 bzw. 437). Das Ergebnis muss in einer Simulation oder am Modell überprüft werden, ob es den Anforderungen entspricht und falls nicht ist die Berechnung mit einer anderen Polposition zu wiederholen. Die gegenseitige Beeinflussung der Pole wird bei dieser Methode außer Acht gelassen und deshalb ist es schwierig eine optimale Lösung hinsichtlich der zur Verfügung stehenden Stellgröße und der Einschwingzeit zu finden.

Linear-Quadratischer Regler (LQR): Das optimale Verhalten ist eine sehr vage Beurteilung für eine Regelung und als Kriterium für einen rechnergestützten Entwurf unbrauchbar. Bei jeder Regelung wünscht man sich, dass der Übergang nach einer Störung zurück in den Ursprung schnell und nicht oszillierend erfolgt. Weiters möchte man dafür die erforderliche Steuerenergie klein halten. Zur quantitativen Erfassung dieser Wünsche dient das Gütemaß

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}_{(t)}^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_{(t)} + \mathbf{u}_{(t)}^T \mathbf{R} \mathbf{u}_{(t)}) dt . \quad (2.6)$$

Es wird vorausgesetzt, dass beiden Diagonalmatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R} symmetrisch und positiv definit sind. Der erste Summand bestraft Abweichungen der Zustandsgrößen vom Ursprung und spiegelt den Wunsch nach schneller Rückführung in den Ursprung wider. Die Matrix \mathbf{Q} wird daher auch als “state-cost matrix” bezeichnet. Der zweite Summand beinhaltet die aufzubringende Steuerenergie, daher auch die Bezeichnung “performance index matrix”. Das Kriterium ist also ein Kompromiss aus Regelabweichung und Stellaufwand. Mit den Matrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R} kann man beim Reglerentwurf den einzelnen Zustands- und Eingangsgrößen unterschiedliche Gewichtungen geben und so für sich die optimale Regelung definieren. Im einfachsten Fall sind die beiden Gewichtungsmatrizen Einheitsmatrizen. Der optimale Regler ergibt sich aus der Minimierung des Gütefunktional J und folglich die Reglerkoeffizienten aus der Lösung der Riccati-Gleichung. Eine ausführliche Beschreibung hierzu und zur Entwurfsmethode allgemein findet sich in [Föl90] Seite 485ff.

2.2.2 Zustandsschätzung

Eine Regelung mittel Zustandsrückführung setzt voraus, dass alle Zustandsgrößen erfassbar sind. Im Fall des inversen Pendels müsste man für jedes bewegliche Element einen Lage- und einen Geschwindigkeitssensor montieren. Um den Aufwand

zu minimieren, werden nur die Lagesensoren angebracht und zur Ermittlung der Geschwindigkeit bedient man sich so genannter Zustandsschätzer. Die diesbezügliche Recherche ergab folgende drei Methoden zur Schätzung der nicht gemessenen Größen beim inversen Pendel:

- Differentiation
- Luenberger-Beobachter
- Kalman Filter

Da die Geschwindigkeit die zeitliche Ableitung der Lage ist, ist dies auch das Prinzip auf dem die erste Methode beruht. Im zeitdiskreten Fall wird die Ableitung durch die **Differentiation**

$$v_t = \frac{dx}{dt} \approx \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_k - x_{k-1}}{t_k - t_{k-1}} = v_k \quad (2.7)$$

approximiert. Es handelt sich dabei um den direktesten und schnellsten Weg zur Ermittlung der Geschwindigkeit. Es ist nur zu bedenken, dass sich durch die Differentiation das Signal-Rausch Verhältnis verschlechtert und das kann bei großem Rauschanteil zu falschen Ergebnissen führen.

Eine andere Methode zur Zustandsschätzung und zudem ohne Differentiation ist der **Luenberger-Beobachter**. Der Beobachter basiert auf dem folgenden Grundgedanken. Die Bewegungsgleichungen werden parallel zum realen System durch eine elektronische Schaltung, oder ein Programm mitgerechnet. Da man davon ausgehen kann, dass nicht alle Parameter exakt bestimmt sind und zudem das reale System und sein Modell nicht mit denselben Anfangszuständen starten, würden die errechneten Zustände nie den realen entsprechen. Daher vergleicht man die Ausgangsgröße des realen Systems mit dem Modellergebnis und führt die Abweichung über den Korrekturterm f auf den Eingang des Modells zurück (Abbildung 2.4).

Ziel ist es den errechneten Zustandsvektor $\hat{x}(t)$ asymptotisch dem wahren Wert anzunähern, das heißt

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) . \quad (2.8)$$

Dies ist nur möglich, wenn das rückgekoppelte System asymptotisch stabil ist. Dasselbe wird beim einem Reglerentwurf gefordert und so ist es nicht weiter verwunderlich, dass zur Berechnung des Korrekturterms f gleich wie beim Zustandsreglerentwurf vorgegangen wird.

Die dritte Methode der Zustandsschätzer, und die einzige bei der die Bezeichnung Schätzer zutrifft, ist der **Kalman Filter** [Kal60]. Der Grundgedanke ist ähnlich dem

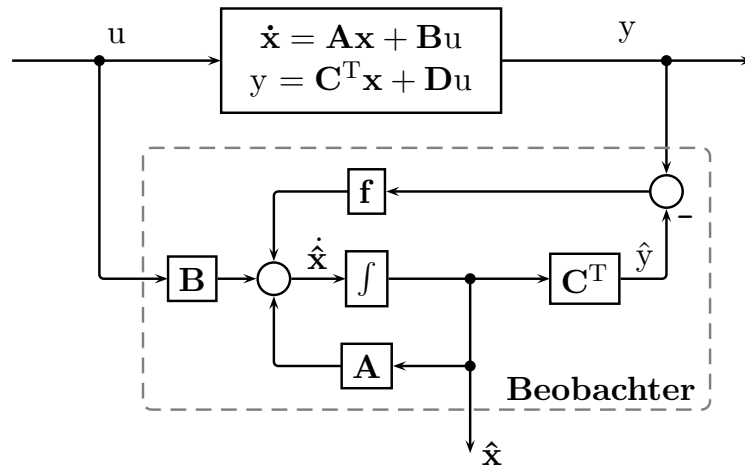


Abbildung 2.4: Beobachter: Parallelschaltung von realem System und Modell zur Ermittlung der nicht messbaren Zustandsgrößen

des Beobachters. Die Zustandsgrößen werden mittels mathematischen Modells vorhergesagt und anschließend mit den messbaren Werten verglichen. Zur Verbesserung der Schätzwerte wird aber hier nicht einfach die Abweichung über einen konstanten Term auf den Eingang zurückgeführt, sondern bei jeder Iteration ein neuer Faktor berechnet. Dieser setzt sich aus den statistischen Größen vergangener Zustände und Messungen zusammen und wird sogleich auf die aktuellen Schätzwerte angewandt. Damit kann er mit der Tatsache umgehen, dass nicht jede Abweichung auf einem Fehler basiert. Zudem ist das Prozessrauschen⁶ w_k und Messrauschen⁷ v_k explizit im Zustandsmodell des Kalman Filters enthalten, von denen man annimmt, es handle sich um gegenseitig unkorreliertes, weißes, normalverteiltes Rauschen. Durch die Mitmodellierung des Rauschens liefert der Kalman Filter auch noch bei stark ver-rauschten Messgrößen gute Schätzwerte für die Zustandsgrößen. In Gleichung 2.9 ist das zeitdiskrete Modell dargestellt.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}u_k + \mathbf{w}_k \\ y_k &= \mathbf{C}^T \mathbf{x}_k + \mathbf{D}u_k + v_k \end{aligned} \quad (2.9)$$

Der Kalman Filter und seine zugrunde liegende Formelapparatur werden zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal aufgegriffen. Nähere Informationen finden sich ebenso in [WB01] und [Wen00].

⁶Parameterunsicherheiten und Störungen die direkt auf die Zustände einwirken

⁷Unsicherheiten der Messgeräte, Quantisierungsrauschen und Störungen bei der Messung

2.3 Optische Zustandsmessung

Im Gegensatz zu den zahlreichen Arbeiten über das inverse Pendel in denen verschiedene Bauformen, unterschiedliche Sensorik und Regelungstechnik behandelt wurden, ist eine optische Zustandsmessung nur vereinzelt untersucht worden.

Die erste Arbeit hierzu wurde im Jahre 1998 von Magaña und Holzapfel [MH98] veröffentlicht mit dem Gegenstand der optischen Erfassung des Pendelwinkels. Sie verwendeten dafür eine Kamera mit 512×480 pixel² und einer Bildrate von 60 Fps. Für die Auswertung zogen sie nicht das gesamte Kamerabild heran, sondern nur zwei Bildzeilen mit bekanntem Abstand voneinander. Durch die Abbildung des Pendels kommt es an jeweils einer Stelle der beiden Zeilen zu einer Änderung der Grauwerte. Es wird nach diesem hell-dunkel Übergang gesucht und der Pendelwinkel ergibt sich dann aus der Lösung der trigonometrischen Gleichung

$$\varphi = \arctan \left(\frac{\text{Differenz der Detektionpositionen auf den Zeilen}}{\text{Abstand der Zeilen}} \right). \quad (2.10)$$

Diese Berechnungsweise des Pendelwinkels verliert durch die perspektivische Verzerrung ihre Gültigkeit. Nur unter Verwendung der entsprechenden Transformation würde sich trotzdem der richtige Wert ergeben, worauf man hier jedoch verzichtete. Nach Aussage der Autoren war die geringe Auflösung von ca. 0.25° ein weiteres Problem, die sich bei der Differentiation zur Bestimmung der Winkelgeschwindigkeit auch auf die zweite Zustandgröße negativ auswirkte.

Zwei Jahre später veröffentlichten Wenzel et al. [WVNJ00] der Firma National Instruments ihre Arbeit. Sie befassten sich mit der optischen Positionsbestimmung von Wagen und Pendel und stützten sich dabei, für dessen Implementierung, auf die graphische Programmierumgebung LabVIEW. Ebenso für den Objekterkennungsalgorithmus verwendete man das "pattern matching"⁸ Werkzeug des IMAQ Vision Paketes, mit dessen Hilfe ein Referenzmuster in einem Bild lokalisiert werden kann. Um die Auswertung zu beschleunigen, reduzierten sie die Suche auf die Kanteninformation und beschränkten zudem das Suchfenster auf die Region der letzten ermittelten Position. Die Berechnungen der absoluten Positionen basierten auf einer Szene-Bild Kalibrierung, jedoch blieb die Perspektive bei der Erkennung der montierten Markierungen an Wagen und Pendel unberücksichtigt. Die Kamera mit der Auflösung von 640×480 pixel² und Bildrate von 85 Fps wurde nur zur Zustandsmessung eingesetzt, nachdem das Pendel mit klassischer Sensortechnik aufgeschwungen und stabilisiert wurde.

⁸Musterabgleich

Eine weitere interessante Arbeit, die das Stabilitätsproblem zudem von einer anderen Seite betrachtet, ist jene von Hernandez und Becerra [MHB04]. Die Autoren versuchen das Balancieren eines Menschen beim Stehen auf einem Bein nachzubilden. Dabei wird die Kamera nicht frontal zum Pendel aufgestellt, sondern an der Spitze des Pendels angebracht. Sie konnten zeigen, dass die Daten der optischen Messung ausreichen, um dann mittels adaptiver Regelung das Pendel zu balancieren. In dieser Arbeit konnten alle realen Störungen außer Acht gelassen werden, da es sich um eine reine Simulation in der “virtual reality⁹” Umgebung von MatLab handelte.

Ein Jahr später führte Hernandez [MH05] diese Systemanordnung praktisch aus. Dabei stellte sich heraus, dass die Funktionalität des Aufbaus an der Zeitverzögerung durch die Bildaufnahme und die Auswertung scheitert.

Dasselbe räumliche inverse Pendel war Gegenstand der Arbeiten von Brosig [Bro06] und Janthong [Jan06]. Die Modellabbildung erfolgt aus der Vogelperspektive. Nachdem sich Wagenposition aus den Impulsen für den Schrittmotor ergab, galt es im Bild nur mehr die Position einer weißen Kugel, die als Pendelgewicht fungierte, vor einem dunkeln Hintergrund zu bestimmen. Ein weiterer Bestandteil ihrer Arbeit war die Untersuchung diverser Regelalgorithmen.

2.4 Zusammenfassung

Dieses Kapitel gab eine kurze Einführung in die diversen Komponenten des inversen Pendels. Es wurde aufgezeigt welche Methoden für den Reglerentwurf möglich sind und mit welchen Techniken die zur Regelung notwendigen Zustandsgrößen gemessen beziehungsweise errechnet werden können. In der Abhandlung zur optischen Zustandsmessung zeigte sich, dass es bereits Arbeiten zu dieser Thematik gibt, diese aber einen wesentlich Bereich wie das Aufschwingen nicht unter optischer Messung durchführen und sich damit eine andere Ausgangslage ergibt.

⁹Darstellung physikalischer Eigenschaften in einer computergenerierten, interaktiven Umgebung

Kapitel 3

Regelung des nichtlinearen, instabilen Systems

Die folgenden Abschnitte beschreiben die Vorgangsweise bei der mathematischen Beschreibung des inversen Pendels für die Analyse und Simulation der Bewegungen. In der Planungsphase können so vorgegebene Beschränkungen wie Motorleistung, Verfahrstrecke, oder Pendellänge berücksichtigt werden und der Einfluss verschiedener Parameter wird besser erkennbar.

3.1 Modellbildung

Die Abbildung 3.1 zeigt das Koordinatensystem in dem die nun folgenden Bewegungsgleichungen gültig sind. Die Wahl der Lage des Koordinatensystems ist keineswegs willkürlich und begründet sich mit der Arbeitsweise des eingesetzten Zustandsreglers, denn er versucht alle Zustandsgrößen gegen Null zu führen. Entsprechend der Aufgabenstellung wurde somit der Koordinatenursprung in die Mitte der Verfahrstrecke gelegt und der Winkelnullpunkt, um 90° verdreht.

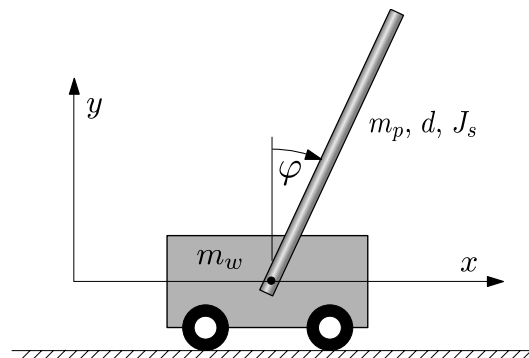


Abbildung 3.1: Koordinatensystem des inversen Pendels

3.1.1 Nichtlineares Modell

Zum Aufstellen der Bewegungsgleichungen werden die beiden beweglichen Komponenten getrennt betrachtet. Das Prinzip des Freischneidens erlaubt diese getrennte Betrachtung von Wagen und Pendel durch das Einführen jeweils entgegen gesetzter Kräfte F_x und F_y an der Auftrennstelle (Bild 3.2 und 3.3). Damit bleibt die Wechselwirkung zwischen Wagen und Pendel bei der Modellierung erhalten.

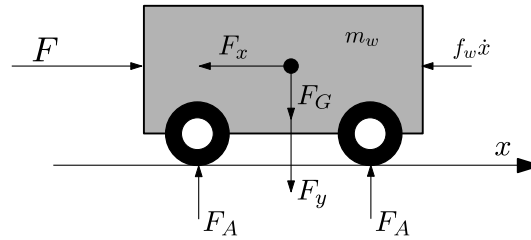


Abbildung 3.2: Kräfteverteilung beim Wagen

Die vertikal, gerichteten Kräfte, wie die Koppelkraft F_y , die Auflagekräfte F_A und Gewichtskraft F_G haben keinen Einfluss auf die horizontale Bewegung des Wagens. Auch das Pendel wird durch die vertikale Verankerung des Wagens von diesen Kräften nicht beeinflusst und deshalb bleiben sie unberücksichtigt. Die Bewegungsgleichung ergibt sich aus einer Antriebskraft F , der Kraft aus der Beschleunigung \ddot{x} und einer geschwindigkeitsproportionalen Reibungskraft beschrieben mit dem Reibungskoeffizienten f_w . Die Bewegungsgleichung für die horizontale Richtung beim Wagen lautet daher folgendermaßen:

$$F = F_x + m_w \ddot{x} + f_w \dot{x} \quad (3.1)$$

Das Pendel vollführt unter Einwirkung der Koppelkräfte und seiner Trägheit eine translatorische und eine rotatorische Bewegung. Die Größe d beschreibt den Abstand zwischen dem Drehpunkt und dem Schwerpunkt. Basierend auf den in Abbildung 3.3 dargestellten Koordinaten und Wirkrichtungen der Kräfte ergibt sich für die horizontale Koppelkraft

$$\begin{aligned} F_x &= m_p \ddot{x}_p \\ &= m_p (x + d \ddot{\sin \varphi}) \\ &= m_p \ddot{x} + m_p d \ddot{\varphi} \cos \varphi - m_p d \dot{\varphi}^2 \sin \varphi \end{aligned} \quad (3.2)$$

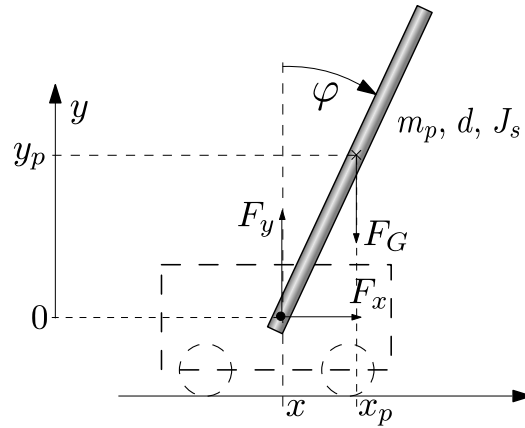


Abbildung 3.3: Kräfteverteilung beim Pendel

und für die vertikal gerichtete Kraft

$$\begin{aligned}
 F_y &= m_p g + m_p \ddot{y}_p \\
 &= m_p g + m_p (d \ddot{\cos} \varphi) \\
 &= m_p g - m_p d \ddot{\varphi} \sin \varphi - m_p d \dot{\varphi}^2 \cos \varphi .
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Durch das Zusammenführen der Gleichungen 3.1 und 3.2 ergibt sich die erste gesuchte Differentialgleichung zweiter Ordnung.

$$\ddot{x} = \frac{F}{m_w + m_p} - \frac{m_p d \ddot{\varphi} \cos \varphi}{m_w + m_p} + \frac{m_p d \dot{\varphi}^2 \sin \varphi}{m_w + m_p} - \frac{f_w \dot{x}}{m_w + m_p} \tag{3.4}$$

Die rotatorische Wechselwirkung zwischen den Momenten und der Winkelbeschleunigung wird im Drallsatz $\sum M = J_s \ddot{\varphi}$ mathematisch ausgedrückt. Er bezieht sich auf den Schwerpunkt des Pendels und so ist auch das Trägheitsmoment J_s bezüglich diesem zu verwenden.

$$J_s \ddot{\varphi} + f_p \dot{\varphi} = F_y d \sin \varphi - F_x d \cos \varphi \tag{3.5}$$

Nach dem Einsetzen der Gleichungen 3.2 und 3.3 für F_x und F_y in die Gleichung 3.5 und einigen Umformungen vereinfacht sich diese zu:

$$(J_s + m_p d^2) \ddot{\varphi} = m_p g d \sin \varphi - m_p \ddot{x} d \cos \varphi - f_p \dot{\varphi} \tag{3.6}$$

Der sich ergebene Term $J_s + m_p d^2$ beschreibt nach dem ‘‘Satz von Steiner’’ eine Verschiebung der Bezugssache des Trägheitsmomentes. Die weiteren Rechnungen

werden nun mit dem Trägheitsmoment $J_d = J_s + m_p d^2$, das sich auf die Drehachse bezieht, fortgeführt. Die zweite Bewegungsgleichung lautet somit:

$$\ddot{\varphi} = \frac{m_p g d \sin \varphi}{J_d} - \frac{m_p \ddot{x} d \cos \varphi}{J_d} - \frac{f_p \dot{\varphi}}{J_d} \quad (3.7)$$

Bislang war die Antriebskraft F eine äußere Größe in der Systembeschreibung. Da sie jedoch nicht direkt verändert werden kann und somit als Stellgröße unbrauchbar ist, wird der Antriebsmotor ins Modell integriert. Aufgrund der einfachen mathematischen Beschreibung und der einfachen Implementierung hat man sich für die Gleichstrommaschine als Antriebsmotor entschieden. Damit kann nach der Modellbeschreibung des Antriebstranges, die Motorspannung U als neue Eingangsgröße des Gesamtsystems verwendet werden. Das Ersatzschaltbild 3.4 verdeutlicht den Zusammenhang von Motorspannung U und der Antriebskraft F .

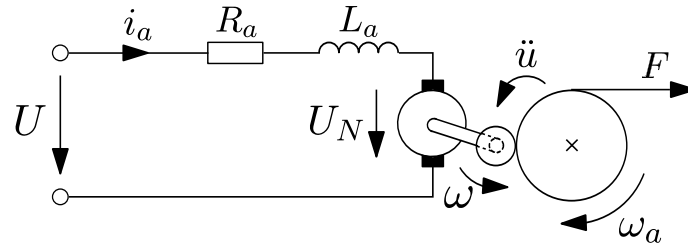


Abbildung 3.4: Ersatzschaltbild einer Gleichstrommaschine

Zum Erfassen des Betriebsverhaltens einer Gleichstrommaschine sind lediglich die beiden unten angeführten Gleichungen 3.8 und 3.9 notwendig. Die Spannung U_N wird als innere Spannung bezeichnet und entsteht durch Bewegung der Leiterschleifen im Magnetfeld. In der Maschinenkonstante k_m sind die charakteristischen Parameter, wie zum Beispiel die Anzahl der Leiterschleifen zusammengefasst. Wird der magnetische Fluss ϕ durch einen Permanentmagneten erzeugt, so ist auch dieser konstant und definiert zusammen mit k_m die Drehmomentkonstante $k_m \phi$.

$$U_N = k_m \phi \cdot \omega \quad (3.8)$$

$$M_{mot} = k_m \phi \cdot i_a \quad (3.9)$$

In dieser Anwendung wird die Induktivität der Wicklungen L_a aufgrund der Annahme, dass keine große Spannungssprünge auftreten, vernachlässigt. Weiters errechnet man die Winkelgeschwindigkeit des Motors aus der Wagenschwindigkeit, wobei das Getriebe mit dem Übersetzungsverhältnis \ddot{u} zu berücksichtigen ist.

$$\omega = \ddot{u} \cdot \omega_a = \ddot{u} \frac{d\varphi}{dt} = \ddot{u} \frac{dx}{r \cdot dt} = \ddot{u} \frac{\dot{x}}{r} \quad (3.10)$$

Mit der Anwendung des 2. Kirchhoffsches Gesetz auf dem Stromkreis in Abbildung 3.4 und den Gleichungen 3.8 und 3.10 ergibt sich das Motormoment.

$$\begin{aligned}
 U &= R_a \cdot i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + k_m \phi \cdot \omega \\
 &= R_a \cdot i_a + k_m \phi \cdot \ddot{\frac{x}{r}} \\
 &= R_a \frac{M_{mot}}{k_m \phi} + k_m \phi \cdot \ddot{\frac{x}{r}} \\
 \Rightarrow M_{mot} &= \frac{k_m \phi \cdot U - (k_m \phi)^2 \cdot \ddot{\frac{x}{r}}}{R_a} \quad (3.11)
 \end{aligned}$$

Das Motormoment ist nun noch auf die Antriebswelle zurück zu rechnen und mit dem Radius r der Welle ergibt sich daraus die Antriebskraft

$$F = \ddot{u} \frac{M_{mot}}{r} = \frac{\ddot{u} \cdot k_m \phi \cdot U}{r \cdot R_a} - \frac{\ddot{u}^2 \cdot (k_m \phi)^2 \cdot \dot{x}}{r^2 \cdot R_a} \quad (3.12)$$

Damit ist die Vorarbeit beendet und man kann die Gleichungen 3.4, 3.7 und 3.12 zusammenfassen und sie explizit in den Beschleunigungen \ddot{x} und $\ddot{\varphi}$ angeben.

$ \begin{aligned} \text{Nenner} &= J_d \cdot (m_w + m_p) - m_p^2 \cdot d^2 \cdot \cos^2 \varphi \\ \ddot{x} &= \frac{\ddot{u} \cdot k_m \phi \cdot J_d}{r \cdot R_a \cdot \text{Nenner}} \cdot U - \frac{\ddot{u}^2 \cdot (k_m \phi)^2 \cdot J_d}{r^2 \cdot R_a \cdot \text{Nenner}} \cdot \dot{x} - \frac{m_p^2 \cdot d^2 \cdot g \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi}{\text{Nenner}} \\ &\quad + \frac{m_p \cdot d \cdot \cos \varphi \cdot f_p}{\text{Nenner}} \cdot \dot{\varphi} + \frac{J_d \cdot m_p \cdot d \sin \varphi}{\text{Nenner}} \cdot \dot{\varphi}^2 - \frac{J_d \cdot f_w}{\text{Nenner}} \cdot \dot{x} \quad (3.13) \\ \ddot{\varphi} &= \frac{(m_w + m_p) \cdot m_p \cdot g \cdot d \cdot \sin \varphi}{\text{Nenner}} - \frac{\ddot{u} \cdot k_m \phi \cdot m_p \cdot d \cdot \cos \varphi}{r \cdot R_a \cdot \text{Nenner}} \cdot U \\ &\quad - \frac{\ddot{u}^2 \cdot (k_m \phi)^2 \cdot m_p \cdot d \cdot \cos \varphi}{r^2 \cdot R_a \cdot \text{Nenner}} \cdot \dot{x} - \frac{m_p^2 \cdot d^2 \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi}{\text{Nenner}} \\ &\quad + \frac{m_p \cdot d \cdot \cos \varphi \cdot f_w}{\text{Nenner}} \cdot \dot{\varphi} - \frac{(m_w + m_p) \cdot f_p}{\text{Nenner}} \cdot \dot{\varphi} \quad (3.14) \end{aligned} $
--

Die beiden Gleichungen 3.13 und 3.14 beschreiben vollständig die Systemdynamik des inversen Pendels und stellen die mathematische Modellbeschreibung dar. Wie sich leicht an den zahlreichen trigonometrischen Funktionen erkennen lässt, handelt es sich hierbei um ein nichtlineares System. Die Regelung mit Zustandsrückführung lässt sich aber nur auf lineare Systeme anwenden und so wird das Verfahren der Linearisierung angewandt. Dabei werden die nichtlinearen Funktionen im gewünschten Betriebspunkt durch lineare Funktionen approximiert.

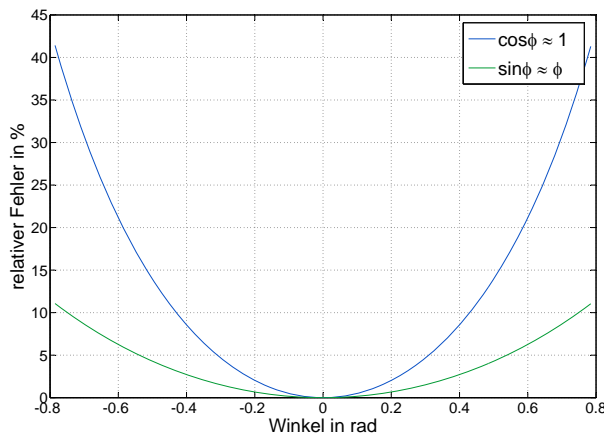
3.1.2 Lineares Modell

Vor der Ausführung der Linearisierung sollte zuerst untersucht werden, ob es theoretisch überhaupt möglich ist, das inverse Pendel senkrecht nach oben zum Stillstand zu bringen. In dieser Position wäre im System keine Dynamik mehr vorhanden, also alle zeitlichen Änderungen $\frac{d}{dt}$ sowie die Eingangsgrößen sind gleich Null. Ein solcher Zustand wird in der Regelungstechnik auch als "Ruhelage" des Systems bezeichnet.

$$\ddot{x} = -\frac{m_p^2 \cdot d^2 \cdot g \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi}{J_d \cdot (m_w + m_p) - m_p^2 \cdot d^2 \cdot \cos^2 \varphi} = 0 \quad (3.15)$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{(m_w + m_p) \cdot m_p \cdot g \cdot d \cdot \sin \varphi}{J_d \cdot (m_w + m_p) - m_p^2 \cdot d^2 \cdot \cos^2 \varphi} = 0 \quad (3.16)$$

Nur die Winkel $\varphi = 0$ und π können diese Bedingungen erfüllen. Nachdem das Balancieren in $\varphi = 0$ theoretisch möglich ist, kann mit der Linearisierung in diesem Punkt begonnen werden. Die störenden Terme in der Modellbeschreibung (3.13 und 3.14) sind die trigonometrischen Funktionen $\sin \varphi$ und $\cos \varphi$, sowie die quadratische Funktion φ^2 und um sie zu beseitigen bedient man sich der Taylorreihenentwicklung, die nach dem linearen Term abgebrochen wird. Der sich durch die Vereinfachung ergebende relative Fehler ist in Abbildung 3.5 dargestellt.



Die nichtlinearen Terme werden approximiert durch:

- $\sin \varphi \approx \varphi$
- $\cos \varphi \approx 1$
- $\varphi^2 \approx 0$

Abbildung 3.5: Relativer Fehler durch die Approximation der trigonometrischen Funktionen durch lineare Funktionen

Das Diagramm 3.5 zeigt deutlich, dass der Fehler in der Umgebung von $\varphi = 0$ sehr klein ist und somit die gemachte Approximation zulässig ist. Somit kann nun das lineare Modell in der Zustandsraumdarstellung angeschrieben werden. Da nur eine

Eingangsgröße vorherrscht, reduziert sich die Steuermatrix \mathbf{B} zu einem Vektor \mathbf{b} . Als Ausgangsgrößen des Systems werden die Wagenposition und der Pendelwinkel angesehen, nachdem nur diese messbar sind.

$$\begin{aligned}
 \text{Nenner} &= J_d \cdot (m_w + m_p) - m_p^2 \cdot d^2 \\
 \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{v} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{J_d \cdot [(k_m \phi)^2 \cdot \ddot{u}^2 + f_w \cdot r^2 \cdot R_a]}{\text{Nenner} \cdot r^2 \cdot R_a} & -\frac{m_p^2 \cdot d^2 \cdot g}{\text{Nenner}} & \frac{m_p \cdot d \cdot f_p}{\text{Nenner}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{m_p \cdot d \cdot [(k_m \phi)^2 \cdot \ddot{u}^2 + f_w \cdot r^2 \cdot R_a]}{\text{Nenner} \cdot r^2 \cdot R_a} & \frac{(m_w + m_p) \cdot m_p \cdot d \cdot g}{\text{Nenner}} & -\frac{(m_w + m_p) \cdot f_p}{\text{Nenner}} \end{bmatrix} \\
 &\cdot \begin{bmatrix} x \\ v \\ \varphi \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{J_d \cdot k_m \phi \cdot \ddot{u}}{\text{Nenner} \cdot r \cdot R_a} \\ 0 \\ -\frac{m_p \cdot d \cdot k_m \phi \cdot \ddot{u}}{\text{Nenner} \cdot r \cdot R_a} \end{bmatrix} \cdot u \tag{3.17} \\
 y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ v \\ \varphi \\ \omega \end{bmatrix} \tag{3.18}
 \end{aligned}$$

Die Modellbeschreibung hat bislang nur algebraisch stattgefunden, aber um damit arbeiten zu können, müssen den einzelnen Parametern numerische Werte zugewiesen werden. Dazu wird die im nächsten Abschnitt beschriebene Parametrisierung für die einzelnen Modellgrößen durchgeführt.

3.1.3 Parametrisierung

Die Abbildung 3.6 zeigt den realen Aufbau für den die Parametrisierung durchzuführen ist. Einige der Modellgrößen lassen sich ohne größeren Aufwand bestimmen.

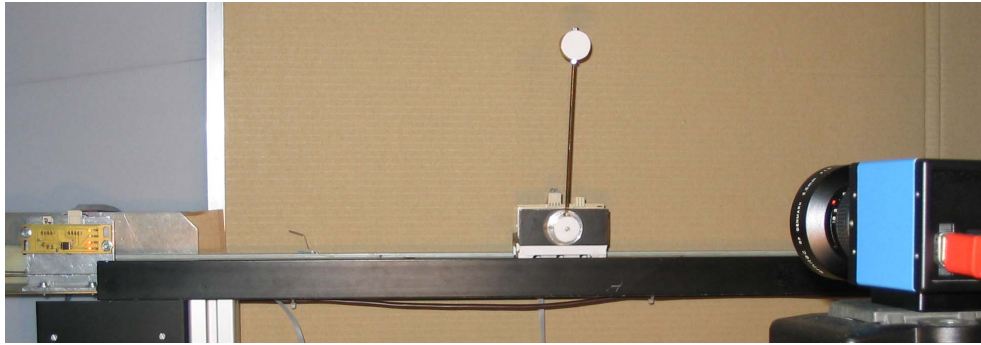


Abbildung 3.6: Übersichtbild des Aufbaus: Das runde Pendelgewicht ist über einen Ausleger drehbar am rechteckförmigen Wagen befestigt (Bildmitte). Am linken Bildrand ist die zur Referenz montierte Auswertungsplatine mit magnetischem Drehwinkelsensor für die Wagenposition ersichtlich. Der Antriebsmotor befindet sich hinter dieser Platine und verschiebt den Wagen mittels Seilzugsystem. Auf der rechten Seite die FireWire Kamera für die optische Messung.

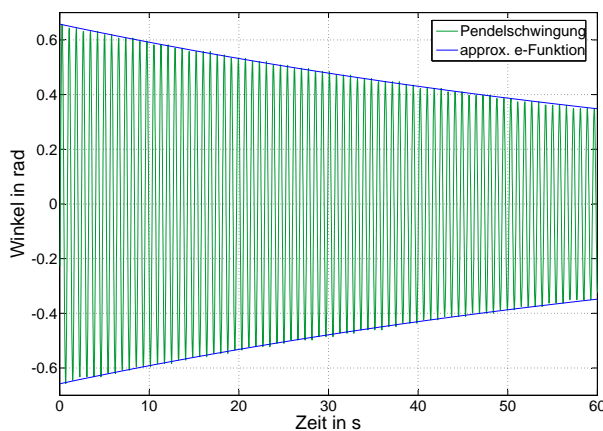
So lässt sich die Masse des Wagens und des Pendels durch einfach abwiegen bestimmen, den Abstand d zwischen Drehpunkt und Schwerpunkt kann man messen, nachdem man den Gleichgewichtspunkt gefunden hat. Die Drehmomentkonstante $k_m\phi$ und Übersetzungsverhältnis \ddot{u} ergeben sich aus dem Datenblatt. Alle weiteren Parameter, wie Trägheitsmoment, oder Reibungskoeffizienten erfordern eine experimentelle Ermittlung.

Trägheitsmoment J_d : Es beschreibt das Verhalten eines starren Körpers bei Änderung seiner Bewegung. Das Trägheitsmoment lässt sich unter der Voraussetzung, dass alle geometrischen Abmessungen genau bekannt sind, berechnen. Es kann aber auch durch einen einfachen Versuch ermittelt werden. Das Schwingungsverhalten des Pendels entspricht einer harmonischen Schwingung und die dazugehörige Periodendauer lässt sich mit

$$\tau = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J_d}{m_p \cdot g \cdot d}} \quad (3.19)$$

berechnen. Durch die entsprechende Umformung ergibt sich daraus das Trägheitsmoment bezogen auf den Drehpunkt.

Reibungskoeffizient f_p : Reibung ist bei jeder realen Bewegung vorhanden. Beim Pendel ist die Ursache für die Reibung das Kugellager, das zur Befestigung am Wagen dient. Es wird hier nur die viskose¹ Reibung berücksichtigt. Ein Einfluss der Haftreibung, sowie der Coulombschen Reibung² wurde nicht bemerkt und werden vernachlässigt. Durch die Reibung kommt es zu einer Dämpfung der harmonischen Schwingung (Abbildung 3.7) des Pendels. Die Abschwächung der Schwingung kann durch die Exponentialfunktion 3.20 näherungsweise beschrieben werden. Dabei ist $f_{(t_0)}$ der Anfangszustand und $f_p \geq 0$ in Abhängigkeit der viskosen Reibung.



$$f_{(t)} = f_{(t_0)} \cdot e^{-f_p \cdot (t-t_0)} \quad (3.20)$$

$$\Rightarrow f_p = -\frac{\ln\left(\frac{f_{(t)}}{f_{(t_0)}}\right)}{t - t_0}$$

Abbildung 3.7: Approximation der gedämpfte Pendelschwingung durch eine e-Funktion

Wagenreibungen: Der Wagen besitzt mehrere Komponenten die eine Reibung verursachen. Zum einen sind es die vier Kugellager mit denen der Wagen auf den Schienen rollt. Das Seilzugsystem besitzt zwei Umlenkrollen und auch der Draht hat ebenso eine gewisse Steifigkeit. Weiters haben das Getriebe und der Motor einen wesentlichen Anteil an der Reibung. Neben der viskosen Reibung sind deshalb hier auch die Haftreibung und Coulombsche Reibung zu berücksichtigen. Die Abbildung 3.8 zeigt wie sehr sich die Reibung in der Wagenbewegung niederschlägt. Eine Spannungsrampe von $U_{t=0s} = 0V$ bis $U_{t=70s} = 2,5V$ wird an den Motor gelegt und die Wagenposition gemessen. Es ist zu sehen, dass der Wagen bei unterschiedlichen Startpositionen zu unterschiedlichen Spannungen losfährt. Haftreibung und Coulombsche Reibung werden durch das Aufschalten einer zusätzlichen Spannung

¹geschwindigkeitsproportionale Reibung

²trockene Reibung (konstante Reibung in Abhängigkeit von $sign(\omega)$)

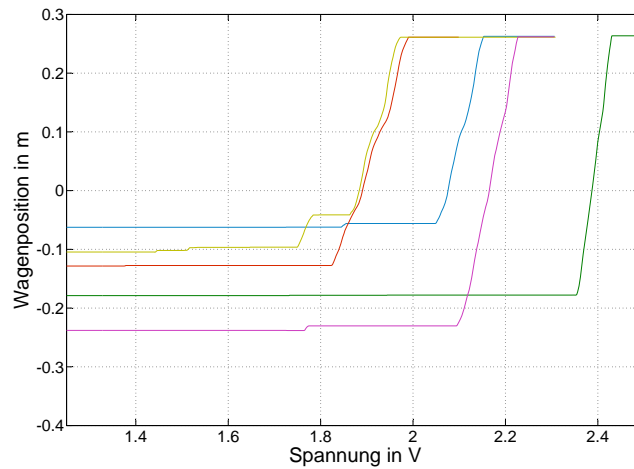


Abbildung 3.8: Wagenposition bei linear ansteigender Spannung: Durch die positionsabhängige Haftreibung setzt sich der Wagen je nach Position bei unterschiedlichen Spannungen in Bewegung.

kompensiert, jedoch ermöglicht die Positionsabhängigkeit der Reibung keine exakte Kompensation.

Für die Ermittlung des Reibungskoeffizienten f_w wird nicht mehr eine linear ansteigende Spannung vorgegeben, sondern ein konstanter Wert. Dadurch stellt sich auch eine konstante Geschwindigkeit ein. Mit Vernachlässigung der Pendelrückwirkung ergibt sich dann aus Gleichung 3.1

$$f_w = \frac{F}{v} . \quad (3.21)$$

Die Berücksichtigung des Luftwiderstandes mittels quadratischen Koeffizienten geht weder für den Wagen noch für das Pendel in die Modellierung mit ein, da er keinen merklichen Einfluss hat und eine zusätzliche Nichtlinearität darstellt.

Zusammenfassung der Ergebnisse:

Masse Wagen	m_w	=	0.2164 kg
Reibungskoeffizient Wagen	f_w	=	$2.57 \frac{Ns}{m}$
Masse Pendel	m_p	=	0.0623 kg
Reibungskoeffizient Pendel	f_p	=	$0.0155 \frac{Ns}{rad}$
Abstand Drehpunkt – Schwerpunkt	d	=	0.122 m
Trägheitsmoment bezüglich Drehpunkt	J_d	=	$0.001155 \frac{kg}{rad}$
Radius Antriebsrolle	r	=	0.024 m
Ankerwiderstand	R_a	=	9 Ω
Drehmomentskonstant	$k_m \phi$	=	$0.0104 \frac{Nm}{A}$
Getriebeübersetzung	\ddot{u}	=	10 : 1
Erdbeschleunigung	g	=	$9.81 \frac{m}{s^2}$

Als Abschluss der Parametrisierung kann jetzt auch das lineare zeitkontinuierliche Modell mit den numerischen Werten angeschrieben werden. Es dient in weiterer Folge als Grundlage für die Systemanalyse.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{v} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -20.3608 & -2.1450 & 0.4459 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 133.9547 & 78.6524 & -16.3503 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ v \\ \varphi \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2.1053 \\ 0 \\ -13.8511 \end{bmatrix} \cdot u \quad (3.22)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ v \\ \varphi \\ \omega \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

3.1.4 Zeitdiskretes Modell

Die Modellbeschreibung basierte bislang auf der zeitkontinuierlichen Domäne, welche Zustandsänderungen zu beliebigen Zeitpunkten t erlaubt. In Folge dessen wäre es wünschenswert wenn der Regler jederzeit auf diese Änderungen reagieren könnte.

Bei einer softwaremäßigen Ausführung des Regelalgorithmus ist dies jedoch nicht gegeben, dafür können aber während der Entwicklungsphase leichter Änderungen am Algorithmus vorgenommen werden. Der Einsatz eines digitalen Reglers hat allerdings den Nachteil, dass sich die Regelstrecke und die Regelung nicht mehr in derselben Domäne befinden. Der digitale Regler arbeitet in der zeitdiskreten Umgebung und erfährt von den zeitkontinuierlichen Änderungen des Pendels immer nur zu äquidistanten Zeitpunkten $t_k = k \cdot T_a$. Mit T_a bezeichnet man die Abtastzeit des Systems. Je größer diese Zeit zwischen zwei Abtastzeitpunkten ist, umso schwieriger wird es für den Regler auf Störungen und auf Ungenauigkeiten in der Modellbeschreibung zu reagieren und die Regelung versagt. In Abbildung 3.9 ist das typische Blockschaltbild eines Abtastregelkreises dargestellt.

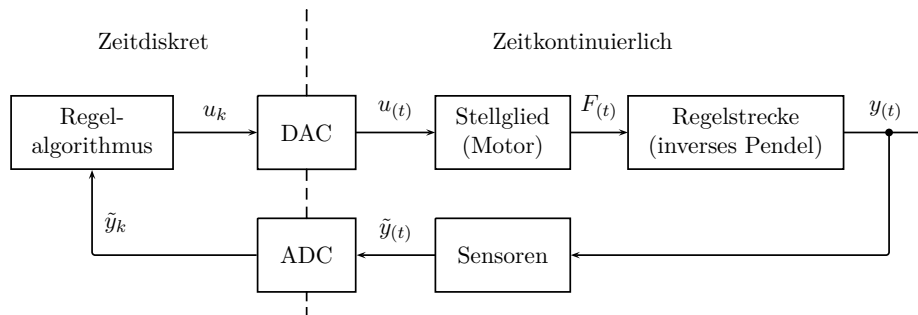


Abbildung 3.9: Blockschaltbild des Abtastregelkreises unterteilt in eine zeitkontinuierliche und eine zeitdiskrete Domäne.

Der Übergang in die zeitdiskrete Domäne geschieht unter Annahme einiger Idealisierungen. Die beiden Umsetzer arbeiten synchron, mit unendlicher Auflösung und ohne Umsetzzeit. Der Regelalgorithmus kann ebenfalls ohne Berechnungszeit ausgeführt werden. Bei der realen Implementierung wird man dann jedoch mit Quantisierungseffekten, Zeitverzögerungen und endlicher Berechnungsgeschwindigkeit konfrontiert. In weiterer Folge kennzeichnet der Index d den Domänenwechsel der Systemmatrizen.

3.2 Systemanalyse

Durch die nun gegebene Systembeschreibung ist es jetzt möglich die verschiedenen Systemeigenschaften anhand mathematischer Kriterien zu untersuchen. Die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit sind notwendige Bedingungen für die Anwendung vieler Entwurfsmethoden und deshalb vor Beginn des Reglerentwurfes zu bestätigen.

3.2.1 Steuerbarkeit

Hierbei wird untersucht, wie sich die anliegende Eingangsgröße auf die Zustandsgrößen auswirkt. Man möchte wissen ob sich mit geeignet gewählten Eingangswerten $u_M = (u_0, u_1, \dots, u_{M-1})$ die Zustandsgrößen in einer endlicher Zeit $t = M \cdot T_a$ von einem Anfangszustand $\mathbf{x}_{t=0}$ in eine Endzustand $\mathbf{x}_{t=M \cdot T_a}$ überführen lassen. Das zur Untersuchung der Steuerbarkeit herangezogene Kriterium nach *Kalman* betrachtet die Steuerbarkeitsmatrix \mathbf{S} . Ist sie regulär, dann ist das System steuerbar.

$$\mathbf{S} = (\mathbf{b}_d \quad \mathbf{A}_d \mathbf{b}_d \quad \mathbf{A}_d^2 \mathbf{b}_d \quad \dots \quad \mathbf{A}_d^{n-1} \mathbf{b}_d) \quad (3.24)$$

Angewandt auf das inverse Pendel ergibt sich eine Determinante ungleich Null und somit besitzt das System die Eigenschaft der Steuerbarkeit.

3.2.2 Beobachtbarkeit

Die Zustandsgrößen sind in den seltensten Fällen alle messbar, aber wie bei der Zustandsregelung bereits beschrieben wurde, werden alle Werte für die Rückführung benötigt. Ist ein System jedoch beobachtbar, so sind im Ausgangsvektor \mathbf{y} alle Informationen enthalten, um daraus die Zustandsgrößen zu bestimmen. Zur Überprüfung der Beobachtbarkeit dient die so genannte Beobachtbarkeitsmatrix \mathbf{B} . Durch das Mehrgrößensystem ergibt sich hierfür keine symmetrische Matrix und die Überprüfung anhand der Determinante ist nicht mehr durchführbar. Deshalb dient als Kriterium der Rang von \mathbf{B} . Ist die Anzahl der linear unabhängigen Zeilen oder Spalten von \mathbf{B} gleich der Zustandsgrößenanzahl, so ist das System beobachtbar.

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{c}_d^T \\ \mathbf{c}_d^T \mathbf{A}_d \\ \mathbf{c}_d^T \mathbf{A}_d^2 \\ \vdots \\ \mathbf{c}_d^T \mathbf{A}_d^{n-1} \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

In diesem Fall folgt aus $\text{rang}(\mathbf{B}) = 4$ die Beobachtbarkeit des Systems.

3.2.3 Stabilität

Die Eigenschaft der Stabilität gibt Auskunft darüber, wie ein System auf eine Störung reagiert. Kehrt das System in den ursprünglichen Zustand zurück ist es stabil, anderen falls instabil. Wie schon öfters beschrieben ist das inverse Pendel ein klassisches Beispiel für ein instabiles System. Bei der kleinsten Abweichung von $\varphi = 0$ fällt das Pendel wieder in seine stabile Position $\varphi = \pi$ zurück. Diese Erkenntnis

erhält man auch bei genauerer Betrachtung der Systemmatrix \mathbf{A}_d . Einer der Eigenwerte liegt in der z -Ebene außerhalb des Einheitskreis $|z| \geq 1$, das ist bereits ein hinreichendes Kriterium für ein instabiles System. Ein weiterer Eigenwert liegt auf der Stabilitätsgrenze $|z| = 1$, somit ist auch mathematisch bestätigt, dass das System instabil ist.

3.3 Der Weg nach oben

Die Vorarbeit für die Regelung zum Balancieren ist erledigt und nun stellt sich die Frage: Wie kommt das Pendel eigentlich in die Umgebung des Linearisierungspunktes?

Diese Frage wird mit dem Vergleich des Pendels mit einem Kind auf einer Schaukel beantwortet. Das Kind führt durch seine Körperbewegung beim vor und zurück schwingen der Schaukel Energie zu und die Auslenkung steigt dadurch. Beim inversen Pendel bringt eine geeignete Bewegung des Wagens zusätzliche Energie ins System ein. Der Weg nach oben teilt sich somit in zwei Betriebszustände auf. Zunächst wird das Pendel aufgeschwungen und erst in einem zweiten Schritt die Stabilisierung ausgeführt. Die folgenden Abschnitte beschreiben die Regelung für das Aufschwingen, den Umschaltvorgang und die Regelung für das Balancieren.

3.3.1 Aufschwingen

Wie bereits angedeutet hängt die Pendelauslenkung mit der inneren Energie des Pendels zusammen. Das wäre zum einen die Rotationsenergie $E_{rot} = \frac{1}{2} J_d \cdot \omega^2$ und zum anderen die potentielle Energie $E_{pot} = m_p \cdot g \cdot l \cdot (\cos(\varphi) + 1)$ mit dem Bezugspunkt $E_{pot}(\varphi=\pi) = 0 J$. Bewegt sich nun der Wagen entgegengesetzt der Pendelschwingung, so erhöht sich die Winkelgeschwindigkeit des Pendels, damit auch dessen Energie und in Folge die Pendelauslenkung (Abbildung 3.10 (a)). Wird entsprechend der Pendelschwingung jeweils die Bewegungsrichtung des Wagens geändert, nimmt das Pendel stetig Energie auf (Abbildung 3.10 (b)). In der Ruhelage ($\varphi = 0$) hat das Pendel seine maximal erreichbare potentielle Energie E_{top} und die Rotationsenergie sollte gleich Null sein, um das Abfangen und anschließende Stabilisieren zu vereinfachen. Nachdem der optimale Wechsel zwischen dem Aufschwingen und Stabilisieren auf einem bestimmten inneren Energiezustand des Pendels beruht, kann dieser am einfachsten durch eine auf der Pendelenergie basierende Regelung erreicht werden. Das Bildungsgesetz für die Stellgröße

$$u = -sat \left(k_{up} \frac{E_{top}}{E_{rot} + E_{pot}} \cos \varphi \cdot sign(\omega) \right) \quad (3.26)$$

fasst die gemachten Überlegungen mathematisch zusammen. Die Funktion $sat(\cdot)$ beschränkt die Stellgröße zu Beginn des Aufschwingvorganges. Mit der Aufschwingkonstanten k_{up} erhöht man die theoretisch notwendige Stellgröße und kompensiert so die Reibungsverluste und beschleunigt den Aufschwingvorgang. In den Winkelpositionen $\varphi = \frac{\pi}{2}$ und $\frac{3\pi}{2}$ stoppt der Term $\cos \varphi$ die Wagenbewegung, weil das Pendel parallel zur Translation des Wagens steht und somit kein Drehmoment wirksam ist. Zudem muss die Bewegungsrichtung für die ersten beiden Quadranten geändert werden. Durch den Term $sign(\omega)$ geht auch noch die Drehrichtung des Pendels in die Stellgrößenberechnung ein ([ÄF00] und [Yos99]).

Umschaltvorgang: Entspricht die innere Energie des Pendels der maximalen potentiellen Energie $E_{top} \equiv E_{rot} + E_{pot}$, so besitzt das Pendel genügend Energie um den Winkel $\varphi = 0$ zu erreichen und die Kontrolle wird an den Stabilisierungsregler übergeben.

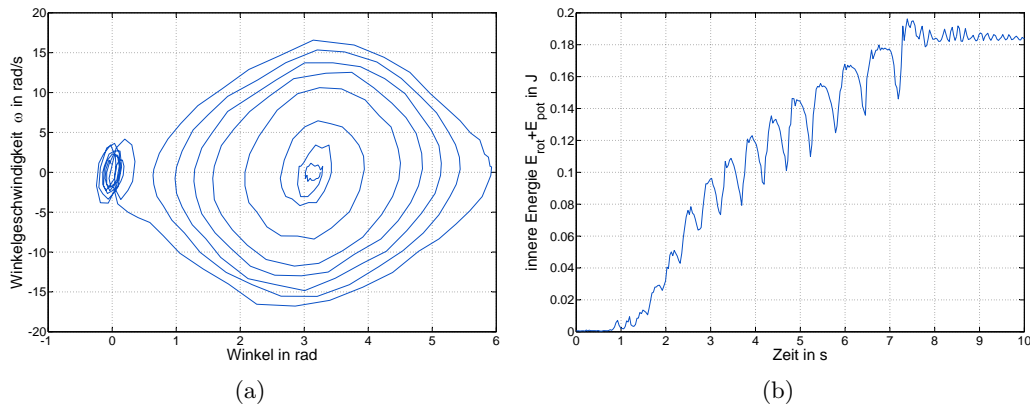


Abbildung 3.10: Energieproportionale Aufschwingregelung: In Bild (a) ist das Aufschwingen und das Balancieren anhand der Zustandsgrößen φ und ω abgebildet. Bild (b) zeigt für selbigen Vorgang den Anstieg der inneren Energie $E = f(t)$ beim Aufschwingen. Nach ungefähr 7.2 s erfolgt das Umschalten auf den Zustandsregler.

3.3.2 Balancieren

Nach dem Aufschwingen befindet sich das Pendel in der Umgebung des Linearisierungspunktes. Damit erhält das lineare Modell zur Beschreibung der Dynamik seine Gültigkeit und es ist erlaubt die Standardmethoden zum Reglerentwurf für lineare Systeme zu verwenden. Da beim linearen inversen Pendel mehrere Größen zu regeln sind greift man auf die Zustandsrückführung zurück, die bereits in Unter-

abschnitt 2.2.1 beschrieben wurde. Bei einem Zustandsregler geht zur Berechnung der Stellgröße jede einzelne Zustandsgröße mit einer bestimmten Gewichtung ein.

$$\mathbf{u}_k = -\mathbf{k}^T \cdot \mathbf{x}_k \quad (3.27)$$

Die Reglerkoeffizienten k_i ergeben sich nach der Festlegung der beiden Gewichtungsmatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R} durch die Linear-Quadratische Reglerentwurfsmethode. Damit kann gezielt auf für die Stabilität wichtige Zustandsgrößen eingegangen werden. Dieser Umstand ist vor allem bei einer begrenzt verfügbaren Stellgröße vorteilhaft. Ausgehend von den Gewichtungseinstellungen für \mathbf{Q} und \mathbf{R} in [Åke00] wurden diese heuristisch den speziellen Gegebenheiten des Aufbaus angepasst, mit dem Ergebnis für

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{R} = [375] . \quad (3.28)$$

Unter Verwendung der MatLab-Designmethode für zeitdiskrete LQ-Zustandsregler *dlqr* ergibt sich der Rückführvektor

$$\mathbf{k}^T = \left[-4.2358 \quad -9.2811 \quad -21.6157 \quad -2.5796 \right] . \quad (3.29)$$

Bei erneuten Überprüfung der Stabilität unter Einbeziehung der Rückkopplung zeigt sich, dass die Eigenwerte der neuen Systemmatrix $\mathbf{A}_{neu} = \mathbf{A}_d - \mathbf{b}_d \cdot \mathbf{k}^T$ nun alle die Bedingung für ein stabiles System erfüllen. Dasselbe Ergebnis wird auch von der durchgeführten Simulation bestätigt. In der Simulation liefern die Bewegungsgleichungen die aktuellen Zustandsgrößen. Im Vergleich dazu müssen diese im realen System durch Sensoren bestimmt werden, welche die folgenden idealisierte Anforderungen erfüllen sollten: Die Messwerte sollen ohne Verzögerung, in hoher Auflösung und ohne Rauschen der Regeleinheit zu Verfügung stehen und nicht durch eine Eigendynamik der Sensoren verfälscht werden.

3.4 Zusammenfassung

Nach der Festlegung des Koordinatensystems wurden basierend auf diesem die Bewegungsgleichungen für das inverse Pendel hergeleitet. Es ergab sich eine nichtlineare Systembeschreibung, welche es galt für die Anwendung von Standardreglern zu Linearisieren. Der Einsatz eines digitalen Reglers erforderte zudem einen Wechsel in die zeitdiskrete Domäne. Es folgte die Analyse des resultierenden linearen zeitdiskreten Systems mit der Erkenntnis, dass es sich dabei um ein instabiles, jedoch steuerbares und beobachtbares System handelt. Das Kapitel endete mit einer Beschreibung der Aufschwing- und Balancierregelung.

Kapitel 4

Optisches Tracking System

Die Verfolgung einer beliebigen Objektbewegung stellt den Mensch vor keine große Herausforderung. Wir haben gelernt, trotz perspektivischer Verzerrungen, unvorhersehbarer Bewegungen und teilweiser Verdeckung, wie bei einem bekannten Gesicht in einer großen Menschenmenge, es jederzeit wieder zu finden und es zu verfolgen. Obwohl unser Gehirn nur 25 Bilder in der Sekunde verarbeitet [MH98] reicht diese Datenmenge zur Bewältigung der gestellten Aufgabe aus. Die Bildwiederholungsrate moderner Kameras übersteigt die 25 Fps, dennoch kommt die Rechenleistung modernster Computer im Bereich der kognitiven Bildverarbeitung nicht an die Leistungsfähigkeit unseres Gehirns heran. Das Bewältigen komplexer Aufgaben ist für den Computer nur durch Einbringung von Zusatzinformationen über das gesuchte Objekt in einer vertretbaren Zeit lösbar. Dieser Umstand lässt sich in industriellen Anwendungen durch die sich wiederholenden Vorgänge und die annähernd konstanten Randbedingungen leicht erfüllen und so ist beispielsweise auch die Qualitätskontrolle ein ideales Einsatzgebiet für Kamerasysteme. Die folgenden Abschnitte befassen sich in Auszügen mit der Objekterkennung und in Folge dann mit der Objektverfolgung, aber zuvor eine Analyse der Aufgabenstellung. Im vorigen Kapitel zur Regelung des inversen Pendels ergaben sich vier Zustandsgrößen für die Modellbeschreibung. Die vier Zustandsgrößen sind Wagenposition x , Pendelwinkel φ und die jeweiligen Geschwindigkeiten von Wagen v und Pendel ω . Genau diese Größen gilt es mittels nur einer Kamera messtechnisch zu erfassen. Dabei sind die Einflüsse von Beleuchtung, Perspektive und Hintergrund zu minimieren. In den Abbildungen 4.1 sind zwei mögliche Aufnahmeszenarien für die Bildsequenzen dargestellt.

4.1 Aspekte der Objekterkennung - Beobachtungsmodell

Zur Bestimmung der Zustandsgrößen sind Beobachtungen am System durchzuführen. Im Fall der bildgestützten Messtechnik entspricht die Beobachtung einer Extraktion von Objektmerkmalen aus einem Bild, zur numerischen Beschreibung des beobachteten Zustands. Mit dem Beobachtungsmodell wird der Messprozess charakterisiert. Dazu gehört wie, und unter welchen Bedingungen, die Zuteilung der Werte erfolgt. Je nach Zielsetzung sind die folgenden Bereiche zu berücksichtigen.

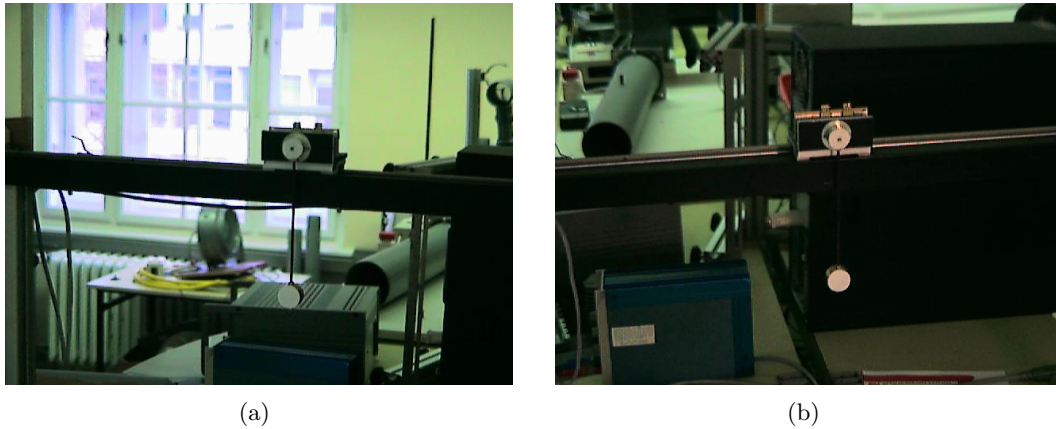


Abbildung 4.1: Mögliche Aufnahmeszenarien: Die Randbedingungen der Messung ändern sich mit unterschiedlicher Beleuchtung, Perspektive und Hintergrund. Um trotzdem genaue Messwerte zu erhalten sind diese Änderungen zu berücksichtigen.

4.1.1 Geometrische Charakteristiken

Die Geometrie kann das Beobachtungsmodell auf zwei Arten beeinflussen. Zum einen können geometrische Attribute als Objektmerkmale dazu genutzt werden, um das Objekt zu erkennen. Das hat den positiven Nebeneffekt, dass diese Art der Objekterkennung beleuchtungsinvariant ist. Dazu zählen zum Beispiel die Kanten- und Musterbasierten Erkennungsverfahren.

Zum anderen kann man die Kenntnisse über die geometrische Objektanordnung einsetzen, um den Suchbereich einzuschränken und damit die Effizienz der Objekterkennung zu steigern. Aufgrund der Konstruktion weiß man vom Pendelgewicht, dass es sich in der $X_W Y_W$ -Ebene (Abbildung 4.2) und in einer bekannten Entfernung vom Wagen befinden muss. Ebenso konstruktionsbedingt bewegt sich der Wagen nur entlang der X_W -Achse zwischen den beiden mechanischen Endpunkten und es ist damit wesentlich günstiger auch nur in diesen Bereichen nach Wagen und Pendel zu suchen.

Basiert der Messprozess auf geometrischen Eigenschaften so sind die Einflüsse von Perspektive und Linsenverzeichnung zu beachten und gegebenenfalls ins Beobachtungsmodell aufzunehmen. Beim Vergleich der Abbildungen 4.1 (a) und (b) ist die perspektivische Verzerrung gut zu erkennen. Das Abbild des Wagens weicht von seiner rechteckigen Grundform ab und das Pendelgewicht von seiner Kreisform.

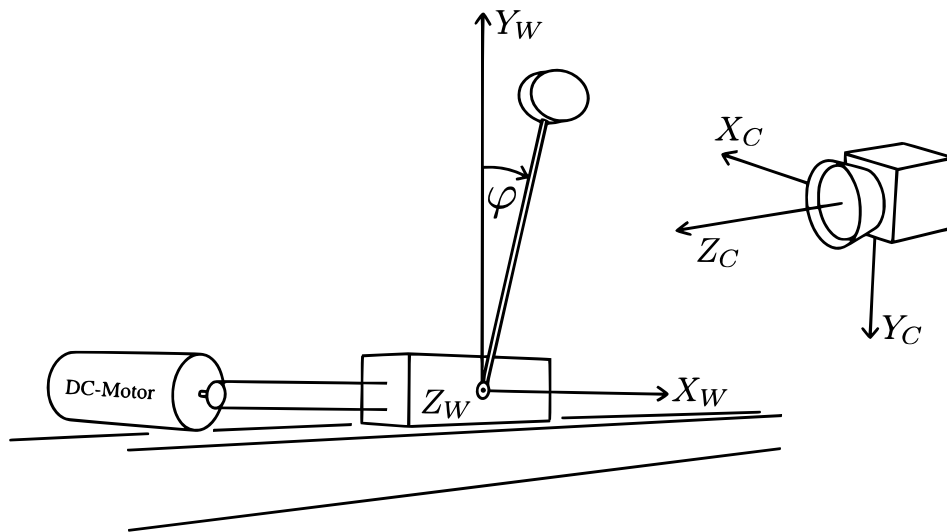


Abbildung 4.2: Szenen- und Kamera Koordinatensystem

Perspektive

Durch die Zentralprojektion der Kamera kommt es bei der Abbildung der Szene auf die Chipfläche zu perspektiven Verzerrungen. Der Wagen erscheint im Bild nicht mehr als Rechteck, sondern vielmehr als Trapez und Kreise werden zu Ellipsen. Diese Tatsache gilt es zu berücksichtigen. Dazu ist es nötig die Zentralprojektion durch eine mathematische Transformation nachzubilden und dadurch eine Beschreibungsform für die $3D \rightarrow 2D$ Abbildung zu erlangen.

Die Tiefeninformation geht durch die Projektion verloren und es ist nur die Ausrichtung des Sehstrahls signifikant. Es gibt nun zwei Möglichkeiten diese Ausrichtung darzustellen. Erste Möglichkeit ist die Repräsentation durch die beiden inhomogenen Bildkoordinaten (u, v) in Pixel. Die zweite Möglichkeit ist die Einführung homogener Koordinaten durch die Erweiterung mit einer zusätzlichen Dimension mit dem Ursprung im Kamerazentrum $(0, 0, 0)$. Der Vorteil von homogenen gegenüber den inhomogenen Koordinaten ist, dass ein Sehstrahl (x, y, z) beschrieben mit homogenen Koordinaten durch den Punkt (x, y, z) geht und auch alle skalierten Punkte auf dem selben Strahl liegen. Das bedeutet

$$(x, y, z) \sim \lambda(x, y, z) = (\lambda x, \lambda y, \lambda z) \quad \text{für } \lambda \neq 0 \quad (4.1)$$

und so hat der Skalierungsfaktor λ keinen Einfluss. Unter Annahme dass die Bildebene in $z = 1$ liegt, ergibt sich durch den Bildpunkt (u, v) der Strahlenvektor $(u, v, 1)$ beziehungsweise (uz, vz, z) für $z \neq 0$. Daraus folgt, dass auch ein Projektions-

vektor (x, y, z) einen inhomogenen Bildpunkt an der Stelle $(u = \frac{x}{z}, v = \frac{y}{z})$ für eine Bildebene in $z = 1$ zur Folge hat [MT96].

Wie bereits im einleitenden Text zu diesem Abschnitt angemerkt ist die Translation des Wagens und die Rotation des Pendels auf die $X_W Y_W$ -Ebene beschränkt. Damit reduziert sich die Beschreibung auf eine $2D \rightarrow 2D$ Abbildung. Basierend auf den homogenen Koordinaten erfolgt mit der Matrix \mathbf{M} die Transformation zwischen den beiden metrischen Koordinatensystemen für Szene und Kamera. Mit den inneren Kameraparametern in Form der Matrix \mathbf{K} erhält man die entsprechenden Pixelkoordinaten

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{K} \cdot \begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \\ 1 \end{pmatrix} = \underbrace{\mathbf{K} \cdot \mathbf{M}}_{\mathbf{H}} \cdot \begin{pmatrix} X_W \\ Y_W \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

Die Homografie \mathbf{H} fasst beide Transformationen zusammen und erlaubt damit die Beschreibung der Abbildung. \mathbf{H} wird aus der Punktkorrespondenz von mindestens vier Punktpaaren des Szene und Bildsystems ermittelt. Damit erhält man 8 Gleichungen für die 9 Unbekannten, jedoch ist die Matrix skalierungsinvariant und ein Koeffizient kann frei vorgegeben werden.

Zur Berücksichtigung der Perspektive besteht die Möglichkeit die gesamte Abbildung zu entzerren, oder nur die nötigen Koordinaten des Referenzmodells zu verzerren. Letztere Methode ist weniger rechenintensiv und gestaltet sich vor allem bei der konturbasierten Objekterkennung recht einfach, da bei geometrischen Formen nur Stützpunkte, oder bei einer Approximation der Kanten durch so genannte Spline-Kurven nur die Aufhängungspunkte zu transformieren sind.

Linsenverzeichnung

Das Objektiv einer Kamera beinhaltet meist mehrere Linsen bei denen es auf Grund der gewählten Designlösung als auch durch Montageungenauigkeiten zu Verzerrungen kommt. Dabei unterscheidet man zwischen einer radialen und einer tangentialen Verzerrung des Bildes, die üblicherweise mit der Entfernung vom optischen Zentrum zunehmen. In den Abbildungen 4.1 ist kaum eine Linsenverzeichnung zu erkennen und müsste für diese Farbkamera nicht zwingend berücksichtigt werden. Im Gegensatz dazu zeigt die Abbildung 4.3 die auftretende Bildverzerrung für eine andere Kamerakonfiguration anhand eines Vektorfeldes.

Zur Berücksichtigung der Linsenverzeichnung sind zuvor die inneren Kameraparameter \mathbf{K} , sowie die Koeffizienten \mathbf{k}_r und \mathbf{k}_t entsprechend radialer und tangentialer Verzerrung mit Hilfe eines Kalibrierungsverfahrens [Bou] zu ermitteln. Damit kann nach der Transformation mit \mathbf{K}^{-1} ins metrische Kamerakoordinatensystem der Ver-

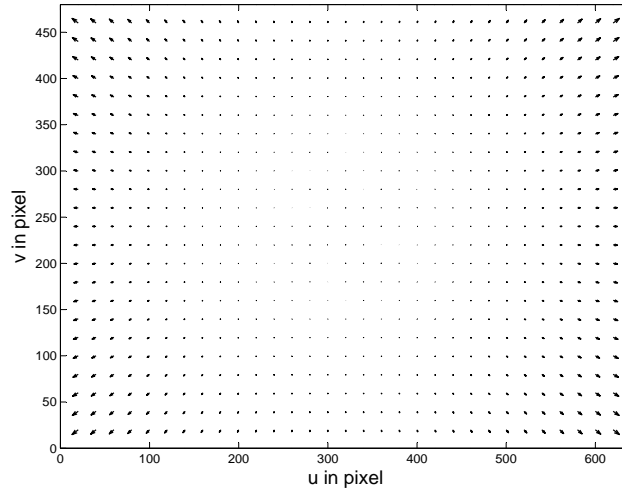


Abbildung 4.3: Vektorfeld zur Entzerrung des Bildes für ein bestimmtes Kamerakonfiguration. Die Vektoren stellen die Differenz zwischen den verzerrten und den entzerrten Punkten dar.

schiebungsvektor \mathbf{v} für den jeweiligen Punkt berechnet werden.

$$\begin{aligned}
 r &= X_C^2 + Y_C^2 \\
 \mathbf{v}_r &= (k_{r1}r + k_{r2}r^2 + k_{r3}r^3) \cdot \begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \end{pmatrix} \\
 \mathbf{v}_t &= \begin{pmatrix} 2X_C Y_C k_{t1} + (2X_C^2 + r) \cdot k_{t2} \\ 2X_C Y_C k_{t2} + (2Y_C^2 + r) \cdot k_{t1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \end{pmatrix} \\
 \mathbf{v} &= \mathbf{v}_r + \mathbf{v}_t
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Der entzerrte Punkt $\begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \end{pmatrix} - \mathbf{v}$ ist dann wieder mit der Matrix \mathbf{K} in die Pixelkoordinaten zu transformieren.

4.1.2 Radiometrie

Die Objekterkennung nutzt auch die radiometrischen Eigenschaften eines Objektes. Kommt im Bild nur ein Objekt mit einem bestimmten Farbwert vor, so ist es leicht dieses anhand der Farbe zu lokalisieren. Ebenso können auch mehrere verschiedenfarbige Objekte gefunden werden. Bei gleichen Farbwerten ist eine Unterscheidung der Objekte jedoch nur mehr durch ein zusätzliches Kriterium, wie zum Beispiel

dem Flächeninhalt, möglich. Algorithmen die darauf ausgelegt sind eine zusammenhängende und kompakte Region mit einem bestimmten Wert zu erkennen, tragen die Bezeichnung blob-Detektoren. Ein bedeutender Störfaktor ist dabei eine unzureichende Beleuchtung, wie ein Vergleich der Diagramme 4.4 (c) und (d) zeigt. Im Bereich der Pendelhalterung ändern sich dabei die Pixelwerte um ungefähr 50%.

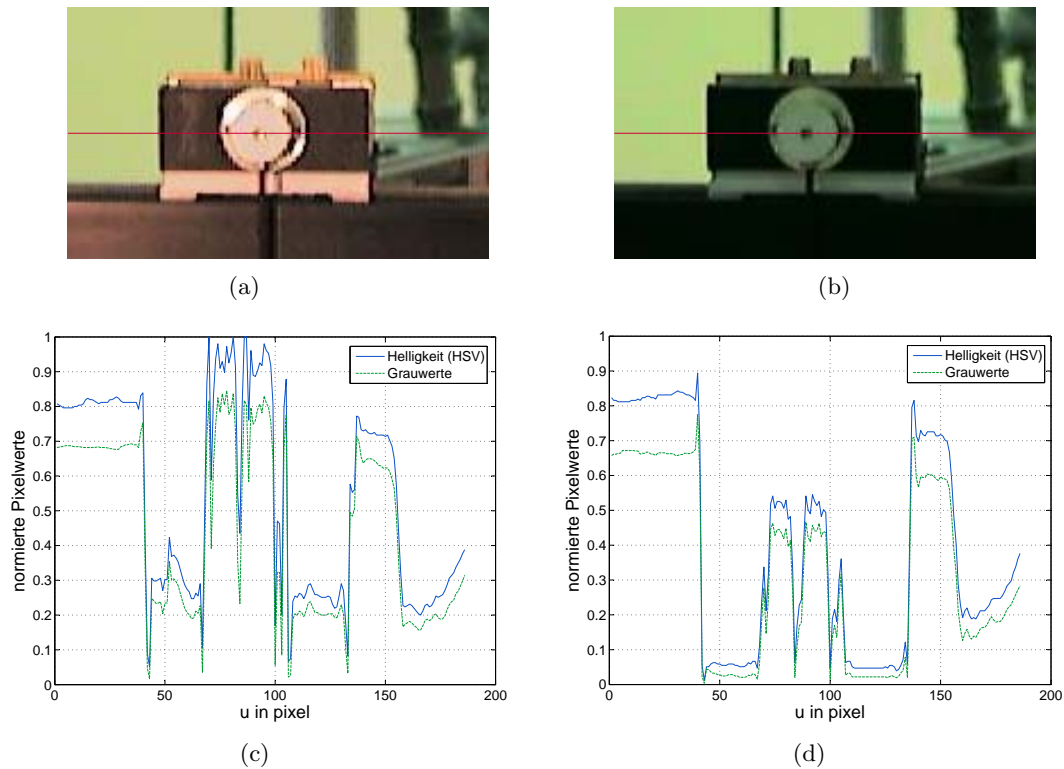


Abbildung 4.4: Auswirkung einer unterschiedlichen Beleuchtung auf die Pixelwerte: In den Diagrammen (c) und (d) sind der Verlauf der Helligkeit im HSV-Modell und der Grauwertverlauf entsprechend der roten Linie in den Bilder (a) und (b) eingetragen.

Selbst für den Menschen ist es schwer, Objekte bei wenig Licht zu erkennen. Farben nehmen immer mehr Grautöne an und Umrisse werden unscharf. Die Detektion nach Farbe ist am empfindlichsten gegenüber Beleuchtungsänderungen. Muster- und Konturerkennung funktionieren unter der Voraussetzung eines genügenden Kontrastes trotzdem, das bestätigt sich beim Vergleich der Positionen an denen ausgeprägte Änderungen der Grauwertprofile 4.4 (c) und (d) auftreten.

In dieser Arbeit wird deshalb auch eine kantenbasierte Objekterkennung eingesetzt. Der entscheidende Faktor ist hier neben der Beleuchtungsinvarianz, die Möglichkeit, eine Grauwertkamera einzusetzen. Mit der Verwendung eines Grauwertformates ist nur mehr ein Drittel der Datenmenge gegenüber eines üblichen Farbformates (RGB oder HSV) zu übertragen. Zudem kommt es durch das Grauwertformat zu keinem Informationsverlust, da die gesuchten Objekte keine ausgeprägten Farbinformationen enthalten. Das ist auch der Grund weshalb in den Diagrammen 4.4 (c) und (d) der Helligkeitskanal des HSV-Modells verwendet wurde.

4.1.3 Objektmodell

Die vorigen Abschnitte befassten sich mit den Eigenschaften, die zur Klassifizierung der Objekte herangezogen werden können. Dabei traf man die Entscheidung sich auf eine kantenbasierte Objekterkennung zu stützen. Das Objektmodell ist eine numerische Beschreibung der Eigenschaft nach der gesucht wird. Bei blob-Detektoren entspricht es einem bestimmten Pixelwert, für das pattern matching ist es ein Referenzbild und bei der kantenbasierten Objekterkennung ist das Objektmodell meistens eine Nachbildung der Kontur. Um den Messvorgang zu beschleunigen betrachtet man die Kontur nur an bestimmten Stützpunkten. In diesen Stützstellen werden normal zur Kontur Messlinien definiert. Die genaue Anordnung der Messlinien wird im Objektmodell festgehalten.

4.1.4 Vordergrundmodellierung

Beim Messvorgang werden die Messlinien mittels Detektor nach Kanten ausgewertet. Abbildung 4.5 zeigt beispielhaft ein Ergebnis des Detektionsvorgangs bei der Konturerkennung. Nach dem Messvorgang gilt es die Ergebnisse zu charakterisieren. Mit dem Vordergrundmodell erfolgt die statistische Auswertung bezogen auf das gesuchte Objekt. Für den Umstand, dass der Mittelpunkt der Messlinie und die Kontur zusammenfallen, liefern Detektionen in der Mitte die wahrscheinlichste Position für die Kontur und sind damit bei der Auswertung höher zu bewerten. Daher entscheidet man sich als Vordergrundmodell für die Normalverteilung.

4.1.5 Hintergrundmodellierung

Die gesuchten Objekte bewegen sich in den seltensten Fällen vor einem homogenen Hintergrund und weiters können sich neben den gesuchten Objekten noch weitere Objekte in der Szene befinden welche auf die Erkennung einwirken. Für den Kantendetektor ist dadurch nicht nur die gesuchte Objektkante ein möglicher Kantenkandidat, sondern auch die Kanten anderer Objekte. Diese Einflüsse werden allgemein mit dem Begriff Hintergrundrauschen zusammengefasst. So wie es für das gesuchte

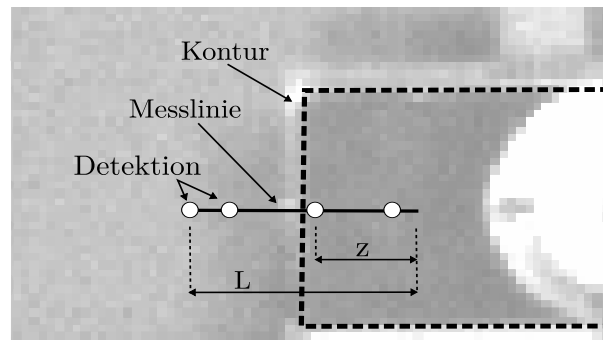


Abbildung 4.5: Detektionen an einer Messlinie: Die Detektionen werden zur Klassifizierung des Objektes und des Hintergrundes herangezogen

Objekt möglich ist ein Modell zu definieren, kann auch ein Modell für die Klassifizierung des Hintergrundes festgelegt werden. Unter der Annahme, dass die Detektionen aufgrund des Hintergrundrauschens nur vereinzelt und rein zufällig auftreten, erfolgt die Modellierung des Hintergrundes mit einer Poisson-Verteilung.

4.2 Objektverfolgung

Bei der Objektverfolgung geht es um das Auffinden und das Verfolgen eines oder mehrerer Objekte über eine Bildfolge hinweg. Im allgemeinen entspricht das gesuchte Objekt hierbei einer Region im Bild mit einer bestimmten Eigenschaft. Die Beobachtung ist also nur ein Teil in der Objektverfolgung bei dem eine Messung im Bild erfolgt mit dem Resultat einer numerischen Beschreibung für den Zustand. Natürlich ist mit der Möglichkeit ein Objekt zu erkennen, auch eine primitive Art der Objektverfolgung gegeben. Nur werden dabei alle Informationen über die Modelldynamik und aus den vergangenen Messungen außer acht gelassen, die ein schnelleres, genaueres und robusteres Verfolgen ermöglichen würden.

Eine elegante Art mit allen gesammelten Systeminformationen umzugehen, ist die Einführung einer Verwaltungsebene oberhalb der Objekterkennung. Der Verwaltungsalgorithmus hat die Aufgabe den Detektor gezielter zu verwenden und die Richtigkeit seines Ergebnisses abzuschätzen. Hierzu bietet sich ein probabilistischer Ansatz an. Der gewählte Ansatz ist gerechtfertigt, wenn man bedenkt dass Objektbewegung und Beobachtung einer stochastischen Streuung unterliegen, sowie mit der Einführung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion zur Beschreibung der Zustände die Möglichkeit besteht mehrere Hypothesen für den Zustand gleichzeitig zu verfolgen.

4.2.1 Probabilistischer Ansatz - Bayes Filter

Bei der Objektverfolgung soll ausgehend von dem dynamischen Modell, beschrieben durch

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{v}_k) \quad (4.4)$$

und den bisher gemachten Messungen $\mathbf{Y}_k = \{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_k\}$ für den aktuellen Zeitschritt der Systemzustand geschätzt werden. Das Symbol \mathbf{v}_k bezeichnet das Prozessrauschen. In der Modellbeschreibung ergibt sich mit der Zustandsverschiebung $f(\cdot)$ der aktuelle Zustand \mathbf{x}_k . Die mögliche nichtlineare Messfunktion $h(\cdot)$ stellt den Zusammenhang zwischen dem aktuellen Zustand \mathbf{x}_k und dem aktuellen Messwert

$$\mathbf{y}_k = h(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k) \quad (4.5)$$

her. Der Einfluss des Messrauschen ist mit \mathbf{w}_k bezeichnet. Durch das Prozess- und Messrauschen kann der exakte Wert für den Zustand nicht bestimmt werden, weshalb es zu einer Schätzung der Zustände kommt und es den probabilistischen Ansatz erfordert.

Anderes formuliert ist die Problemstellung für das Tracking unter den möglichen Zuständen den wahrscheinlichsten für die gegebenen Messungen zu ermitteln. Das erfordert die Berechnung der bedingten Dichtefunktion $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Y}_k)$, die iterativ aus einer gegebenen Anfangsdichtefunktion $p(\mathbf{x}_0|\mathbf{Y}_0)$ ermittelt werden soll. Die Problematik liegt in der schwierigen, direkten Berechnung von $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Y}_k)$, äquivalent der Fragenstellung: Entspricht der Zustand den gemachten Messungen? Der Bayes Filter löst das Problem durch Anwendung des Bayes Theorems. Daraus ergibt sich mit $p(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}_k)$ die vereinfachte Fragestellung: Entspricht die Messung dem vermuteten Zustand? Das Bayes Theorem ist zugleich bestimmend für die charakteristischen Berechnungsschritte Prädiktion und Messung eines Bayes Filters.

Die Prädiktion führt eine Zustandsverschiebung vom Zeitschritt $k-1$ auf den aktuellen Zeitschritt k aus und damit ergeben sich aus $p(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{Y}_{k-1})$ die vermuteten Zustände $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Y}_{k-1})$ für den aktuellen Zeitschritt. Der Prädiktionschritt beinhaltet die Anwendung des Bewegungsmodells zur Bestimmung der a priori Wahrscheinlichkeit $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Y}_{k-1})$. Unter der Annahme eines Markov Prozesses erster Ordnung reduziert sich die Abhängigkeit des aktuellen Zustandes auf den Systemzustand im vorigen Zeitschritt und die Zustandsverschiebung in Gleichung 4.4 ist charakterisiert mit der bedingten Wahrscheinlichkeit $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1})$. Damit ist die a priori Wahrscheinlichkeit gegeben durch die Lösung der *Chapman – Kolmogorov* Gleichung [AMGC02]

$$p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Y}_{k-1}) = \int_{\Omega} p(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1}) \cdot p(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{Y}_{k-1}) \cdot d\mathbf{x}_{k-1} \quad (4.6)$$

Nach der Prädiktion steht zum Zeitschritt k das Messergebnis \mathbf{y}_k zu Verfügung. Durch die Anwendung des Theorem von *Bayes* wird die a priori Wahrscheinlichkeit aktualisiert und bildet die a posteriori Wahrscheinlichkeit

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Y}_k) = \frac{p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k) \cdot p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Y}_{k-1})}{p(\mathbf{Y}_k)}, \quad (4.7)$$

wobei $p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k)$ der probabilistischen Beschreibung des Messvorgangs 4.5 entspricht.

Im allgemeinen ist die Lösung der Gleichungen und damit eine rekursive Angabe der a posteriori Wahrscheinlichkeit nicht analytisch möglich. Nur für die Annahme, dass die a posteriori Wahrscheinlichkeit zu jedem Zeitschritt einer Normalverteilung entspricht ist eine analytische Lösung gegeben. Entsprechen Prozessrauschen \mathbf{v}_k und Messrauschen \mathbf{w}_k einer Normalverteilung und sind die Funktionen $f(\cdot)$ und $h(\cdot)$ bekannte lineare Funktion, so ist die Annahme gerechtfertigt und die analytische Lösung der Gleichung 4.7 führt zum Kalman Filter [Kal60].

In den anderen Fällen, wie bei den in der Objekterkennung häufig vorkommenden multimodalen Verteilungen, ist nur eine numerische Lösung mittels des so genannten Partikelfilters möglich. Dabei wird die stetige Dichtefunktion der Zustände durch gewichtete Partikel approximiert [GCK91].

$$p(\mathbf{x}_k) \approx \{s_k^{(n)}, \pi_k^{(n)}\} \quad n = 1, \dots, N \quad (4.8)$$

Mit der Erhöhung der Partikelanzahl N verbessert sich die Approximation und konvergiert zur wahren Dichtefunktion. Charakteristische Größen der a posteriori Wahrscheinlichkeit lassen sich damit auch aus den Partikel ermitteln, wie zum Beispiel für das erste Moment

$$\hat{\mathbf{x}}_k = E\{\mathbf{x}_k | \mathbf{Y}_k\} \approx \sum_{n=1}^N \pi_k^{(n)} s_k^{(n)} \quad (4.9)$$

für die Annahme normierter Gewichte $\sum_{n=1}^N \pi_k^{(n)} = 1$. Eine ausführliche Behandlung der Themen Bayes Filter, Kalman Filter und Partikelfilter findet sich in [AMGC02] und [Dou98].

In der Objektverfolgung wird der Partikelfilter auch als Condensation Algorithmus bezeichnet. Gegenüber dem Kalman Filter hat dieser die Vorteile, dass er auch auf nichtlineare Systeme anwendbar ist und mehrere Objekte gleichzeitig verfolgt werden können. Das macht den Condensation Algorithmus robuster gegen Störungen und trotzdem erfolgt seine Implementierung sehr intuitiv. Auch der erweiterte Kalman Filter für nichtlineare Systeme ist keine Alternative, da er ebenso nur für

unimodale Funktionen gültig ist. Die folgenden Abschnitte zeigen weiters, wie die Verwendung von Partikelfiltern hilft, die Objekterkennung robuster und schneller auszuführen.

4.2.2 Condensation Algorithmus

Basierend auf der Approximation der Dichtefunktion durch gewichtete Partikel veröffentlichten Isard und Blake [IB98a] und Isard in seiner Dissertation [Isa98] eine iterative Anwendung von Prädiktion und Messupdate auf eine Sequenz von Bildern unter dem Namen “Condensation Algorithmus”. Dabei steht der Ausdruck “Condensation” für “Conditional Density Propagation”.

Der beobachtete Prozess selbst ist durch eine Approximation der a posteriori Dichte $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Y}_k)$ durch eine bestimmte Anzahl N von Partikeln $\{s_k^{(n)}, \pi_k^{(n)}\}$ charakterisiert. Wie beim Bayes Filter gezeigt, geht der a posteriori Wahrscheinlichkeit eine a priori Wahrscheinlichkeit $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Y}_{k-1})$ voraus, welche dabei keineswegs einer bestimmten Form unterliegt, sodass eine multimodale Funktion eine Verfolgung mehrerer Objekte darstellt. Die Partikel symbolisieren die diversen Hypothesen für den Systemzustand in einem Zeitschritt und werden deshalb im weiteren als Samples bezeichnet. Die a priori Wahrscheinlichkeit ergibt sich aus der Anwendung der Prädiktion auf die Dichtefunktion des vorigen Zeitschrittes

$$p(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{Y}_{k-1}) \approx \{s_{k-1}^{(n)}, \pi_{k-1}^{(n)}\}. \quad (4.10)$$

Im ersten Schritt sollen N -Samples mit dem Gewicht $\pi_{k-1}^{(n)}$ für die Prädiktion aus der Samplemenge s_{k-1} gewählt werden. Samples mit einer höheren Gewichtung sollten öfters ausgewählt werden als jene mit einem niederen Gewicht. Dieser Vorgang entspricht einem Ziehen und wieder zurücklegen der Samples und wird als Resampling bezeichnet.

Die Prädiktion ist der zweite Schritt des Condensation Algorithmus. Auf jedes ausgewählte Sample wird das Bewegungsmodell angewandt und es kommt zu einer deterministischen Verschiebung der Samples. Durch eine zusätzliche stochastische Verschiebung begründet durch das Prozessrauschen werden identische Samples zerstreut und Modellierungsfehler ausgeglichen. Zum aktuellen Zeitschritt k besitzen die so generierten Samples s_k noch keine Gewichtung und approximieren $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Y}_{k-1})$.

Der letzte Schritt umfasst das Messupdate. Durch Anwendung des Beobachtungsmodells auf die prädizierten Samples ergibt sich aus der Beobachtungsdichte $p(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}_k)$ eine Gewichtung für jedes Sample und damit eine Approximation der gesuchten Wahrscheinlichkeit $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Y}_k)$ durch $\{s_k^{(n)}, \pi_k^{(n)}\}$. Die Abbildung 4.6 zeigt schematisch die einzelnen Schritte zur Berechnung der a posteriori Wahrscheinlichkeit.

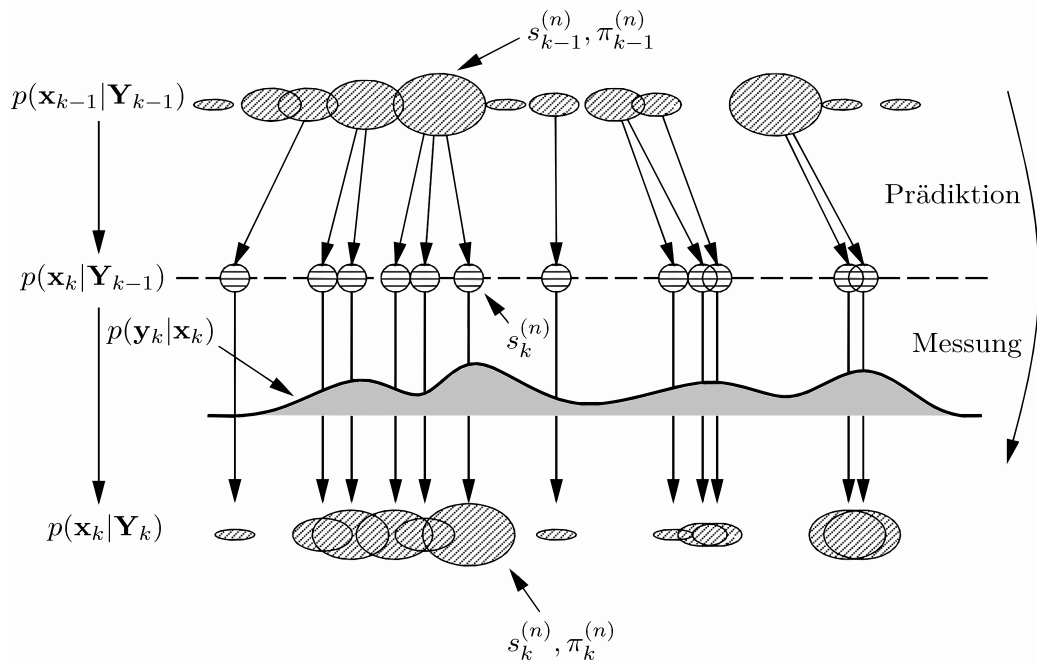


Abbildung 4.6: Verarbeitungsschritte des Condensation Algorithmus für einen Zeitschritt (Bild: [Isa98])

Mit $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Y}_k)$ kann nun der Schätzwert für den Zustand bestimmt werden. Ist die sich ergebende Dichtefunktion normalverteilt, so ergibt die Approximation des Erwartungswertes durch die Mittelung der gewichteten Samples den optimalen Schätzwert. Für multimodale Verteilungen würde eine Mittelung nur zum Mittelwert der Zustände von im feature space ähnlichen Objekten führen und deshalb ist hier der Modus zielführender. Die diskrete Approximation der Dichtefunktion durch eine geringe Anzahl an Samples führt zu einem verrauschten Schätzwert für den Zustand. Der Rauschanteil kann durch die Glättung mit einer gewählten Kernfunktion minimiert werden. Diese Vorgehensweise entspricht einem Kern-Dichte-Schätzer (Kernel Density Estimation, KDE) [CA03].

Die Sampleanzahl ist nicht nur entscheidend für die Genauigkeit der Approximation, sondern mit steigender Anzahl wird auch der Algorithmus robuster und kann mit unerwarteten Bewegungen und Modellfehlern leichter umgehen. Doch nachdem die Anzahl der Samples auch die Berechnungsdauer beeinflusst, kann diese nicht beliebig erhöht werden. Das Importance Sampling im ICondensation Algorithmus [IB98b] beschreitet einen anderen Weg um die Robustheit des Algorithmus zu steigern ohne die Anzahl N zu erhöhen. Vorinformationen über den aktuellen Zustand

werden dazu genutzt, um einen Teil der Samplemenge an Positionen mit einer hohen Wahrscheinlichkeit zu verschieben. Zur Gewinnung der Vorinformationen dienen so genannte Low Level Detektoren die zwar nicht besonders robust aber dafür schnell operieren.

Zusammenfassend ausgedrückt werden beim Condensation Algorithmus mehrere Hypothesen aufgestellt, anhand von Bewegungsmodell und Rauschen an das System angepasst, überprüft und die Wahrscheinlichsten beibehalten.

4.2.3 Praktische Anwendung am inversen Pendel

Die letzten Abschnitte haben in die Theorie des Condensation Algorithmus eingeführt und seine Grundstruktur erläutert. Der folgende Teil behandelt hingegen seine konkrete Ausführung anhand eines praktischen Beispiels. Die einzelnen Schritte werden etwas genauer durchleuchtet um ein besseres Verständnis für die Wirkungsweise des Algorithmus zu vermitteln.

Zur Erfüllung der Aufgabestellung sind basierend auf der Sequenz von Kamerabildern die zur Regelung des inversen Pendels notwendigen Zustandsgrößen, wie die Wagenposition und Geschwindigkeit, sowie der Pendelwinkel und Winkelgeschwindigkeit zu bestimmen beziehungsweise die Objekte Wagen und Pendelgewicht zu verfolgen. Die Wagen- und Winkelgeschwindigkeit können nicht direkt aus den Bilddaten ermittelt werden, so ist es notwendig den Zustand der Geschwindigkeit und den Zustand der jeweiligen Objektposition zu einem Zustandsvektor zu vereinigen. Soll der Algorithmus mit dem zweidimensionalen Zustandsvektor gleich gute Schätzwerte liefern, wie für den eindimensionalen Fall, so ist die Anzahl der Samples mit dem Quadrat zu erhöhen. In Anbetracht der Ausführung in Echtzeit wird der Condensation Algorithmus nur zur Ermittlung von Position und Winkel eingesetzt und die Geschwindigkeiten ergeben sich in Folge mittels Differentiation dieser Messgrößen.

Die Struktur des Condensation Algorithmus ist problemunabhängig, deshalb wird nach einer ausführlichen Beschreibung des Wagentracker für den Pendeltracker nur noch auf die wesentlichen Unterschiede genauer eingegangen.

Wagentracker

Grundlage des Condensation Algorithmus und damit auch entscheidend für das Verständnis ist die Verwendung der Samples. Sie stellen die Hypothesen für eine Zustandsgröße dar. Beim Wagentracker ist das die Position des Wagens. Wichtig ist dabei, dass alle Zustandsgrößen und somit auch die Samples für das Szenenkoordinatensystem (Abbildung 4.2) definiert sind. Die Abbildung 4.7 zeigt die Samples für die Wagenposition nach der Initialisierung.

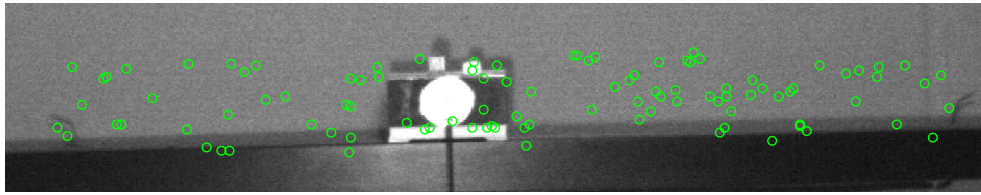


Abbildung 4.7: Verteilung der initialisierten Samplemenge ($N_{Wagen} = 100$)

Nachdem man für die Initialisierung keine Vorkenntnis über die Position des Wagens besitzt, werden die Samples im gesamten Bereich der Verfahrstrecke gleichverteilt gestreut. Jeder grüne Kreis entspricht einer möglichen Wagenposition, die ins Kamerakoordinatensystem transformiert wurde. Eine bildgestützte Beobachtung kann nur im Kamerakoordinatensystem erfolgen. Nachdem aber die Samples für das Szenekoordinatensystem definiert sind, müssen alle zur Messung benötigten Daten in die Bildebene transformieren werden. Das Sample selbst verbleibt im Szenekoordinatensystem und erhält auch seine Gewichtung für die metrische Position ohne jegliche Rücktransformation.

Nach Definition der Samplemenge kann mit den eigentlichen Schritten des Algorithmus begonnen werden. Der erste Schritt ist das Resampling. Dabei geht es um die Auswahl der wahrscheinlichsten Samples für den aktuellen Zeitschritt. Zum einen wird dafür die Auswertung des vergangenen Zeitschrittes und basierend auf der Idee des Importance Sampling aber auch Informationen zum aktuellen Zeitschritt eingebracht. Aufgrund der geometrischen Abmessungen, der Verwendung einer Grauwertkamera und der eindimensionalen Wagenbewegung hat man sich in dieser Arbeit zur Ermittlung von Vorinformationen für die Kreuzkorrelation entschieden. Das dazu notwendige Referenzmuster wird aus den gegebenen Abmessungen des Wagens und seinen grob abgeschätzten Grauwertübergängen generiert. Wie die Abbildung 4.8 zeigt, erhält man dadurch bereits sehr gute Informationen über die aktuelle Position.

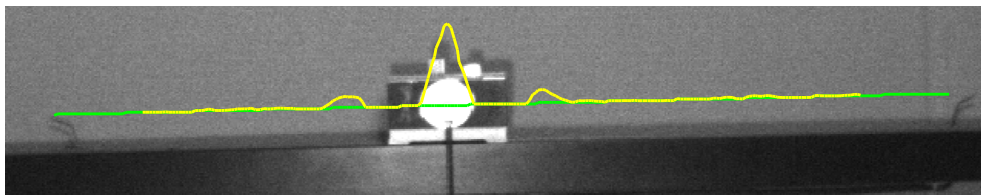


Abbildung 4.8: Ergebnis der Kreuzkorrelation: Die grüne Linie zeigt die Verfahrstrecke ($Y_W = 0$) und die Höhe Y_W der gelben Kurve ist ein Maß für die Übereinstimmung von Muster und Objekt.

Es wäre ohne weiters möglich an dieser Stelle noch andere Low Level Detektoren einzubinden und damit die Auswahl der Samples und in Folge die Robustheit zu verbessern. Dazu ist die jeweilige Dichtefunktion aufzusummieren und aufgrund des gewünschten Einflusses auf den entsprechenden Bereich zu skalieren. Mit dem Skalierungsfaktor der Verteilungsfunktion legt man den Einfluss der jeweiligen Resamplingstrategie fest. Diese Arbeit verwendet drei unterschiedliche Strategien, wodurch die Robustheit des Trackers gesteigert wird. Das Standard Resampling stützt sich auf die Dichtefunktion im letzten Zeitschritt $k - 1$ und das Bewegungsmodell. Diese Methode ist zu bevorzugen, wenn man davon ausgeht dass keine großen Störungen der Bewegung auftreten, das Objekt kurzzeitig verdeckt werden kann, oder sich mehrere im feature space ähnliche Objekte im Abbildungsbereich befinden. Importance Sampling stützt sich auf die Auswertung des Bildes nach einer Objekteigenschaft. Der Algorithmus kann damit besser auf starke Änderungen der Bewegung reagieren, aber ist das Objekt verdeckt oder findet sich die Objekteigenschaft öfters im Bild versagt der Algorithmus. Das neu Initialisieren von Samples hat denselben Einsatzbereich wie das Importance Sampling ohne sich dabei auf jegliche Informationen zu stützen und ist deshalb weniger effizient. Aus diesen Überlegungen heraus wurden die Verteilungsfunktionen entsprechend skaliert (Abbildung 4.9) und damit ergeben sich 65% der neuen Samples durch Standard Resampling, 30% aus dem Importance Sampling und 5% werden neu initialisiert.

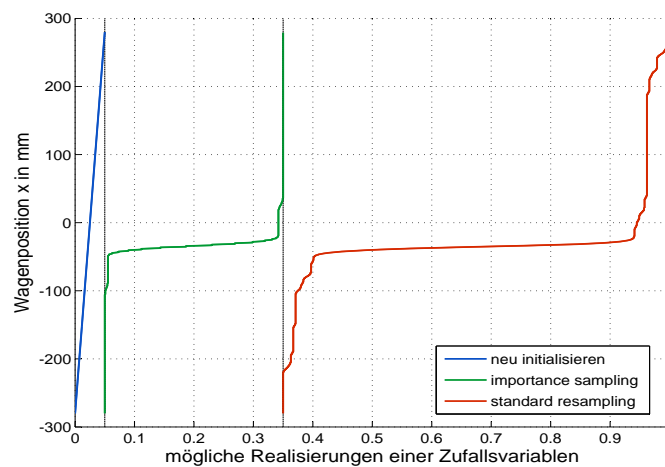


Abbildung 4.9: Resampling: Zusammenführung der Verteilungsfunktionen zur Auswahl der neuen Samples mittels einer Zufallszahl im Intervall $[0, 1]$.

Das Resampling entspricht einem Ziehen von Samples, dabei sollen jene mit einer hohen Wahrscheinlichkeit häufiger vorkommen als jene ohne Gewicht. Für jedes neue Sample generiert man eine Zufallszahl im Intervall $[0, 1]$ und sucht auf der Basis der

Funktion 4.9 nach dem nächst höheren Wert in der Samplemenge s_k^n , der dann dem neuen Sample mit einem Gewicht von $\pi_k^n = 1$ zugewiesen wird.

Im nächsten Schritt wird bereits die a priori Wahrscheinlichkeit $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Y}_{k-1})$ ermittelt. Die neu initialisierten Samples und die Samples aus dem Importance Sampling beziehen sich bereits auf den aktuellen Zeitschritt, jedoch sind jene aus dem Ergebnis des letzten Zeitschrittes (Standard Resampling) mittels Bewegungsmodell zu verschieben. Hierbei werden die im Kapitel Modellbildung hergeleiteten nichtlinearen Bewegungsgleichungen verwendet. Zum Beispiel ergibt die Gleichung 3.13 für \ddot{x} durch zweifache Integration die prädizierte Wagenposition. Zudem wird durch eine stochastische Diffusion aller Samples das Prozessrauschen nachgebildet. Nach diesen Schritten repräsentieren die Samples die Dichtefunktion der aktuellen Wagenposition unter der Bedingung aller vergangenen Messungen.

Die a priori Wahrscheinlichkeit soll nun noch durch das Beobachtungsmodell verbessert werden. Bei der Messung kommt eine weitere positive Charakteristik des Condensation Algorithmus zum Vorschein. Die Objekterkennung kann durch den gezielten Einsatz auf die einzelnen Samples viel effektiver angewandt werden. Beim Wagen-, sowie Pendeltracker basiert die Erkennung auf der Objektkontur. Um nicht die gesamte Kontur auswerten zu müssen beschränkt man sich, wie in 4.10 abgebildet, auf wenige Messlinien die normal zu Kontur über deren Umfang verteilt im Szenenkoordinatensystem definiert werden.

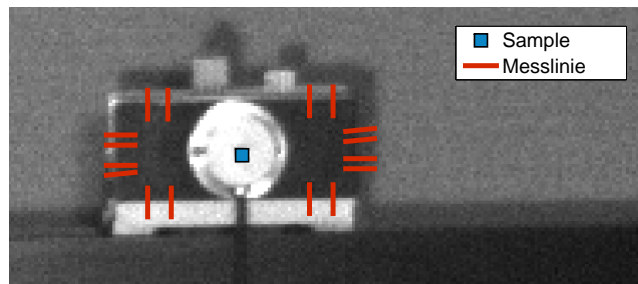


Abbildung 4.10: Entlang der Kontur werden 16 Messlinien senkrecht zu ihr definiert, welche das Objektmodell des Wagens bilden. Nur die Messlinien parallel zu X_W tragen zur Positionsbestimmung bei, die anderen dienen der Objekterkennung.

Die Messlinien werden üblicherweise über die gesamte Kontur gleichverteilt. Da in diesem Fall die Zustandsgröße einer Position auf der X_W -Achse entspricht, werden in den zu Y_W parallelen Teilstücken der Kontur die Messlinien enger positioniert. Die vertikal ausgerichteten Messlinien tragen zwar nicht zur Positionsbestimmung bei, helfen aber den Wagen von anderen Objekten zu unterscheiden. Die Anordnung der Messlinien ist für das metrische Szenenkoordinatensystem definiert. Vor der Anwen-

dung des Kantendetektors sind deshalb die Anfangs- und Endpunkte aller 16 Messlinien für jedes Sample in die Bildebene zu transformieren. Damit ist die Verzerrung durch die Perspektive bereits berücksichtigt. Zudem gilt es die Linsenverzeichnung zu korrigieren. Abbildung 4.3 zeigt die Verschiebungsvektoren zum Entzerren des Bildes für die beim Tracking verwendete Grauwertkamera. Die Entzerrung des gesamten Bildes ist zu zeitintensiv, deshalb beschreitet man den umgekehrten Weg und verzerrt die Anfangs- und Endpunkte der Messlinien. Aufgrund des verwendeten Kalibrierungsverfahrens sind die sich ergebenden Koeffizienten k_{r1}, k_{r2}, k_{r3} und k_{t1}, k_{t2} im Abschnitt zur Linsenverzeichnung aber nur für das Entzerren gültig. Die Rückprojektion, also die Berechnung des Sehstrahls aus den Bildkoordinaten kann nicht analytisch gelöst werden und erfordert ein iteratives Optimierungsverfahren [HS97]. Nimmt man jedoch an, die Verzerrungen in dem verzerrten Punkt p und dem dazugehörigen entzerrten Punkt p' sind nahezu gleich und damit auch ihre Verschiebungsvektoren $v \approx v'$, so kann $-v'$ zum Verzerren von p' verwendet werden. Die angewandten Berechnungsvorschriften zur Bestimmung der Verschiebungsvektoren wurden bereits im Unterkapitel zur Linsenverzeichnung aufgelistet. Nach Transformation in den Bildbereich und Korrektur des Linsenfehlers sind die Messlinien an die Perspektive und Linsenverzeichnung angepasst und das verhindert eine Fehlinterpretation durch diese Verzerrungen.

Zur Unterstützung des Kantendetektors sind zudem die Startpunkte aller Messlinien ins Objektinnere gelegt, was beim Wagen immer zu einem dunkel-hell Übergang führt. Der Kantendetektor wertet jede Messlinie anhand zweier Bewertungskriterien aus. Das erste Kriterium ist der Gradient der Grauwertfunktion einer Messlinie. Seine Berechnung kann durch Verwendung der Ableitungsregel¹ mit der Glättung der Funktion zusammengefasst werden. Das Glätten und die anschließende Schwellwertabfrage des Gradienten eliminieren an dieser Stelle einen Teil des Hintergrundrauschens. Mit der zweiten Ableitung, der Krümmung einer Funktion, fällt dann die endgültige Entscheidung ob es sich bei der Grauwertänderung um eine gesuchte Kante handeln kann. Liegt der Gradient über dem Schwellwert und wird zudem ein Wendepunkt erkannt, liefert der Detektor für diese Position z auf der Messlinie einen Kantenkandidaten. Durch die Anwendung zweier Kriterien verbessert sich die Robustheit des Detektors entscheidend, jedoch verhindert dies nicht dass er auch bei Hintergrundobjekten mit ähnlicher Kantenbeschaffenheit ebenso einen Kantenkandidaten liefert. Deshalb versucht man durch eine Modellierung von Vordergrund und Hintergrund die Kantenkandidaten differenzierter auszuwerten.

Decken sich die Referenzkontur und die Objektkontur, so fallen auch die gesuchte Kante und die Mitte der Messlinie zusammen. Für diesen Fall soll der Detektor das beste Ergebnis liefern und Detektionen abseits der Mitte sind schlechter zu gewich-

¹ $\frac{d(f*g)}{dt} = \frac{d(f)}{dt} * g = f * \frac{d(g)}{dt}$

ten. Als Beschreibungsfunktion verwendet man aufgrund dieser Überlegungen die Normalverteilung, welche somit als Vordergrundmodell die Dichtefunktion $p_v(z|L)$ für eine Detektion an der Stelle z auf einer Messlinie der Länge L darstellt.

$$p_v(z|L) = G(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot e^{-\frac{(z-\frac{L}{2})^2}{2\sigma^2}} \quad (4.11)$$

Für Detektionen im Hintergrund kann man annehmen, dass sie rein zufällig und nur selten auftreten, diese also einer Poisson-Verteilung folgen. Ihre charakterisierende Größe ist die Ereignisrate λ , die Erwartungswert und Varianz der Verteilungsfunktion zugleich ist. Damit ergibt sich folgende Wahrscheinlichkeit für die Anzahl r an Detektionen.

$$p_h(r) = e^{-\lambda L} \frac{(\lambda L)^r}{r!} \quad (4.12)$$

Unter der Voraussetzung, dass die Auswertungen der einzelnen M -Messlinien unabhängig von einander sind, ergibt sich aus der Kombination von Vorder- und Hintergrundmodell ein so genanntes "likelihood ratio" (Gleichung 4.13) das zur Gewichtung der Samples herangezogen wird. Abbildung 4.11 zeigt vereinfacht die Gewichtung $\pi_k^{(n)}$ der Samples $s_k^{(n)}$ als Funktion von r und z . Die statistische Auswertung

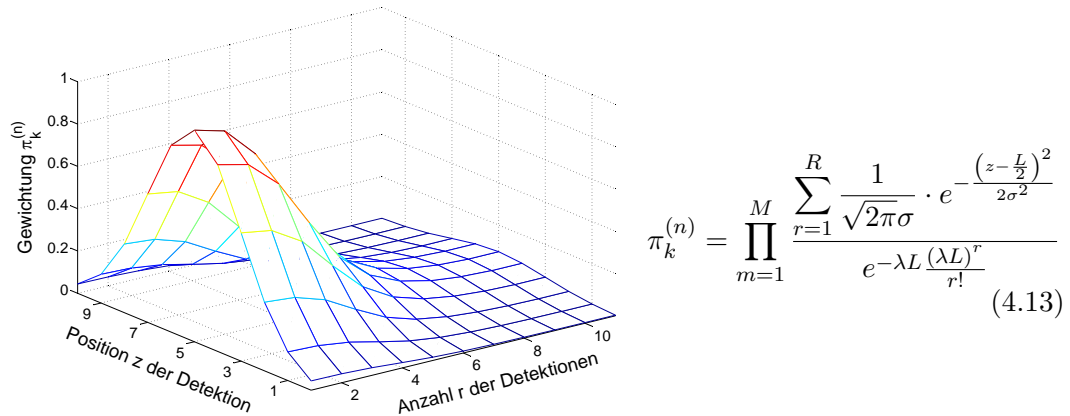


Abbildung 4.11: Likelihood ratio für eine Messlinie mit den Parametern $\sigma = 2$, $\lambda = 1$ und der Länge $L = 10 \text{ pixel}$

mit einer angenommenen Normalverteilung für den Vordergrund und einer Poissonverteilung für den Hintergrund liefert mit der Gewichtung $\pi_k^{(n)}$ und dem Samplewert $s_k^{(n)}$ die a posteriori Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Y}_k)$ der Zustandsgröße.

Aus dieser Dichtfunktion gilt es den wahrscheinlichsten Wert zu ermitteln und diesen als Schätzwert für die Zustandsgröße der Zustandsregelung zu übergeben. Bei normalverteilter Dichte stellt sicherlich der Erwartungswert den besten Schätzwert dar. Bei den in der Objekterkennung häufig vorkommenden multimodalen Verteilungen ist der Erwartungswert nicht mehr zielführend, weshalb die Dichtefunktion nach dem Modus ausgewertet wird. Die Anwendung eines einfachen Histogramms hat den Nachteil, dass es in Abhängigkeit von der Quantisierung zu Formänderungen und sprunghaften Änderungen in der Verteilungsdichtefunktion kommt. Kern-Dichte-Schätzer haben diesen Nachteil nicht, da die diskrete Dichtefunktion durch einen gewählten Gausskern geglättet wird. In dieser Arbeit wird deshalb auch der Kern-Dichte-Schätzer bevorzugt. Mit der Varianz des Kerns kann festgelegt werden welchen Einfluss benachbarte Samples haben. Bei zu großer Varianz kommt es zu einer starken Glättung und aus einer ursprünglich multimodalen Verteilung kann eine Normalverteilung entstehen, wodurch nicht mehr nach einzelnen Objekten aufgelöst werden kann. Nach Anwendung des Schätzers ergibt der Modus den wahrscheinlichsten Wert für die Wagenposition, der dann an den Pendeltracker übergeben wird. Das Ablaufschema (a) in Abbildung 4.12 zeigt die zunehmende Sampleakkumulation über sechs Zeitschritte für 50 Samples. Die roten Sterne sind Samples mit Gewichtung und die grünen Kreise stellen Samples dar, die nach ihrer Auswertung kein Gewicht bekommen haben. Das Ablaufschema (b) zeigt die Arbeitsweise des Kern-Dichte-Schätzers für dieselben Zeitschritte. Hier sind ebenso gewichtete Samples in rot und jene ohne Gewicht grün dargestellt. Die blaue Linie kennzeichnet das Ergebnis des Schätzers. Die Darstellung wurde entsprechend dem Maximalwert skaliert.

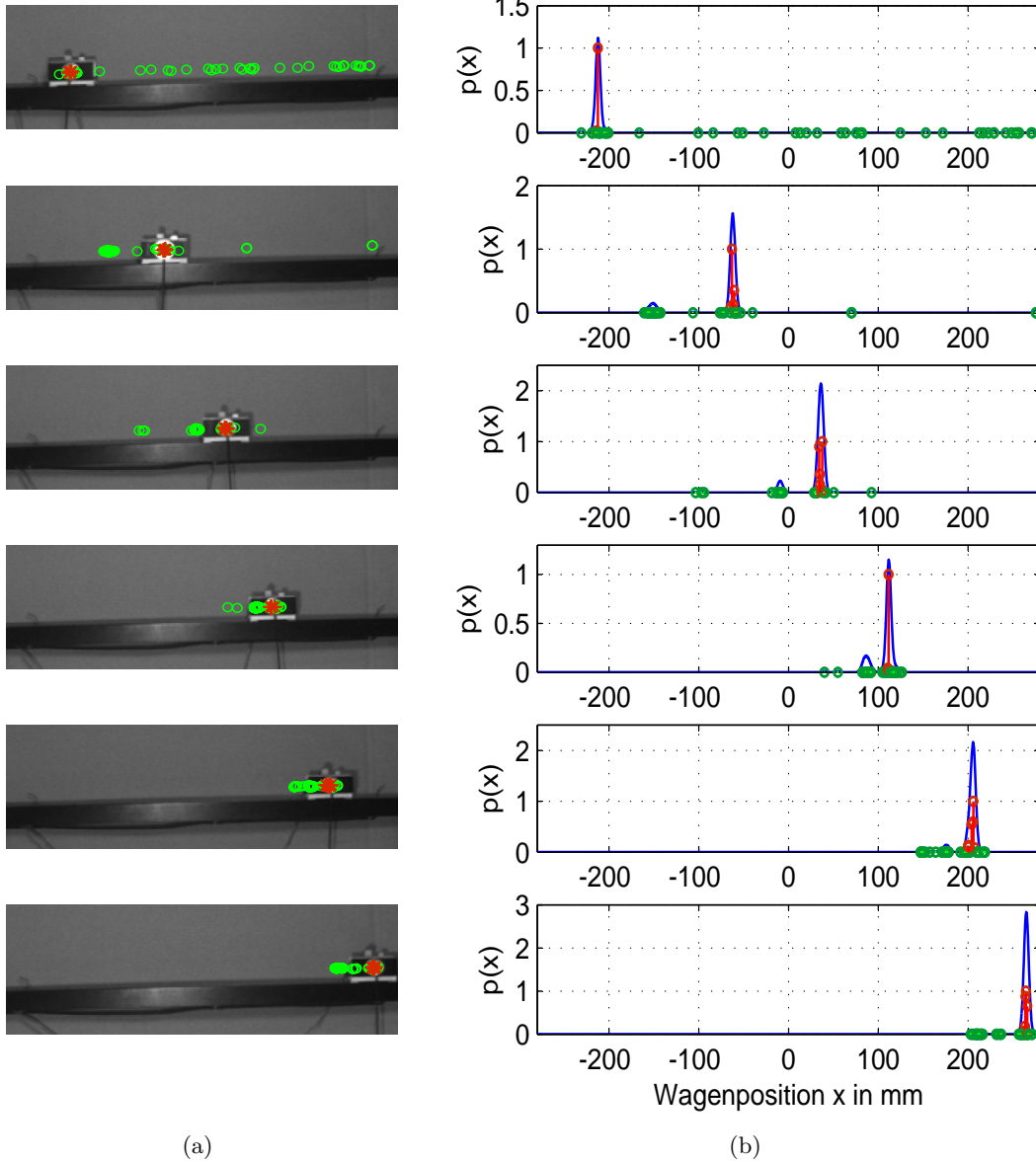


Abbildung 4.12: Sampleentwicklung einer linearen Wagenbewegung über 6 Zeitschritte. Ablaufschema (a) zeigt die Samples im Messraum und Schema (b) die Glättung der diskreten Dichtefunktion zur den Kern-Dichte-Schätzer. Samples als rote Sterne dargestellt, haben nach der Messung eine Gewichtung erhalten und jene Samples in grün sind ohne Gewichtung verblieben ($N_{Wagen} = 50$).

Pendeltracker

Die grundlegende Struktur des Pendeltrackers ist durch den Condensation Algorithmus vorgegeben und ändert sich gegenüber dem Wagentracker nicht. Waren die Samples jedoch beim Wagentracker noch mögliche Wagenposition, so muss nun eine neue Samplemenge generiert werden mit den möglichen Hypothesen für den Pendelwinkel (Abbildung 4.13 (a)).

Die Vorgehensweise beim Resampling ist daher auch ähnlich der beim Wagentracker. Hier wird ebenso das Importance Sampling verwendet und dafür die Kreuzkorrelation eingesetzt. Um die Berechnung wiederum nur eindimensional durchzuführen, werden ausgehend vom Ergebnis des Wagentrackers und unter Berücksichtigung der Perspektive mittels Homographie im Abstand der Pendellänge die Grauwerte extrahiert und diese mit einem Muster basierend auf der Bogenlänge des Pendelgewichts verglichen (Abbildung 4.13 (b)). Durch Verwendung der Wagenposition ergibt sich hier eine kaskadierte Struktur der beiden Partikelfilter die mit dem Nachteil behaftet ist, dass eine genaue Bestimmung der Wagenposition Voraussetzung für die Ermittlung des Pendelwinkels ist.

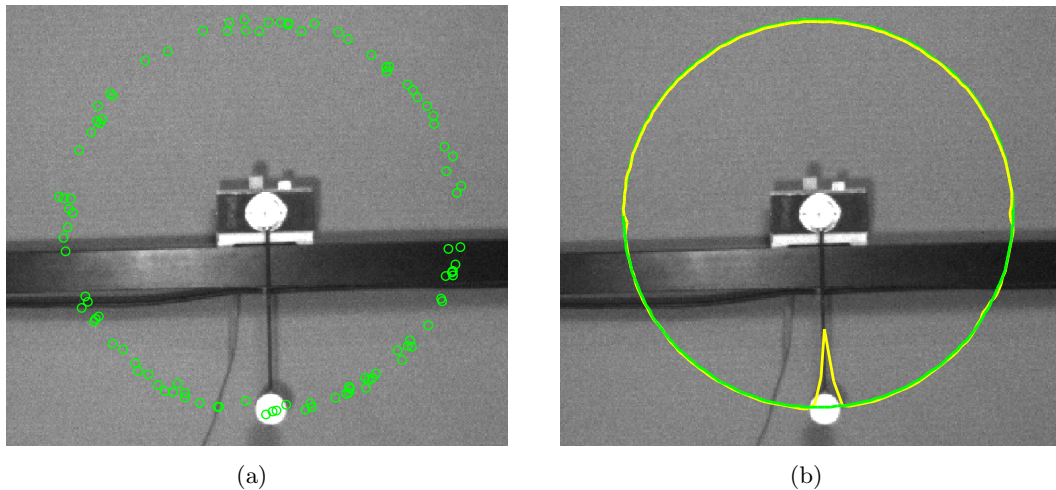


Abbildung 4.13: Die Samples werden bei der Initialisierung gleichverteilt über die möglichen Winkelwerte gestreut ($N_{Pendel} = 100$). Die Darstellung (a) der Samples beruht dabei auf einer bekannten Wagenposition und Pendellänge. Bild (b) zeigt das Ergebnis der Kreuzkorrelation für das Importance Sampling. Die Suchlinie ist in Grün dargestellt und die Verkürzung des Radius der gelben Linie ist proportional dem Maß der Übereinstimmung mit dem Referenzmuster.

Nach dem Schritt des Resampling kommen wiederum das Bewegungsmodell nur

für Samples aus dem Standard Resampling und die stochastische Diffusion für alle Samples zum Einsatz, welche dann die Verteilung für den aktuellen Zeitschritt repräsentieren. Die darauf folgende Messung wird unter Verwendung der in 4.14 abgebildeten 8 Messlinien durchgeführt. Da beim Pendel ein Grauwertübergang von hell nach dunkel stattfindet, werden die Werte einfach invertiert und somit kann man wieder mit demselben Kantendetektor arbeiten. Bei der Implementierung hat sich gezeigt, dass sich bereits eine kleine Ungenauigkeit in der ermittelten Wagenposition wesentlich auf die Winkelbestimmung auswirkt. Mit einer stochastischen Variation der Pendellänge versucht man die Auswirkungen zu minimieren. Dadurch weitet sich der Suchbereich von einer Linie auf ein ellipsenförmiges Band aus. Die Winkelinformation bleibt trotzdem erhalten und der Pendeltracker ist wesentlich unempfindlicher gegenüber Messunsicherheiten bei der Wagenposition.

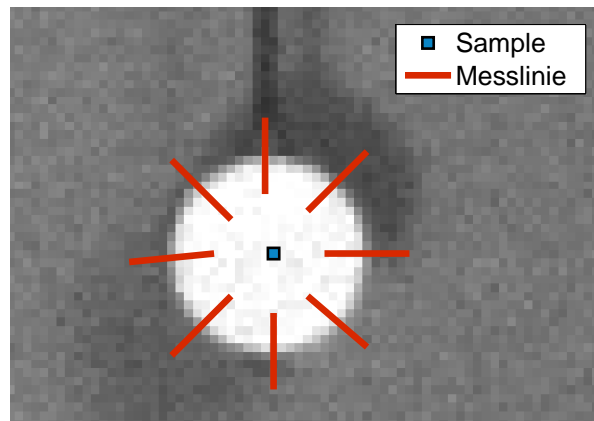


Abbildung 4.14: Objektmodell: Gleichverteilte Anordnung der 8 Messlinien an der Kontur des Pendels.

Den numerischen Wert für den Pendelwinkel liefert auch hier nicht die Messung, sondern wieder die Anwendung eines Kern-Dichte-Schätzers. Die Entwicklung der Samples für den Pendelwinkel ist in Abbildung 4.15 für 4 Abtastschritte dargestellt.

Nach der Ausführung der Partikelfilter für die Wagenposition und für den Pendelwinkel sind nun zwei der vier gesuchten Zustandsgrößen ermittelt. Die noch fehlende Wagen- und Winkelgeschwindigkeit werden durch Differentiation der jeweiligen Position in aktuellem und vorigem Zeitschritt ermittelt und damit stehen alle Größen für die Zustandregelung fest.

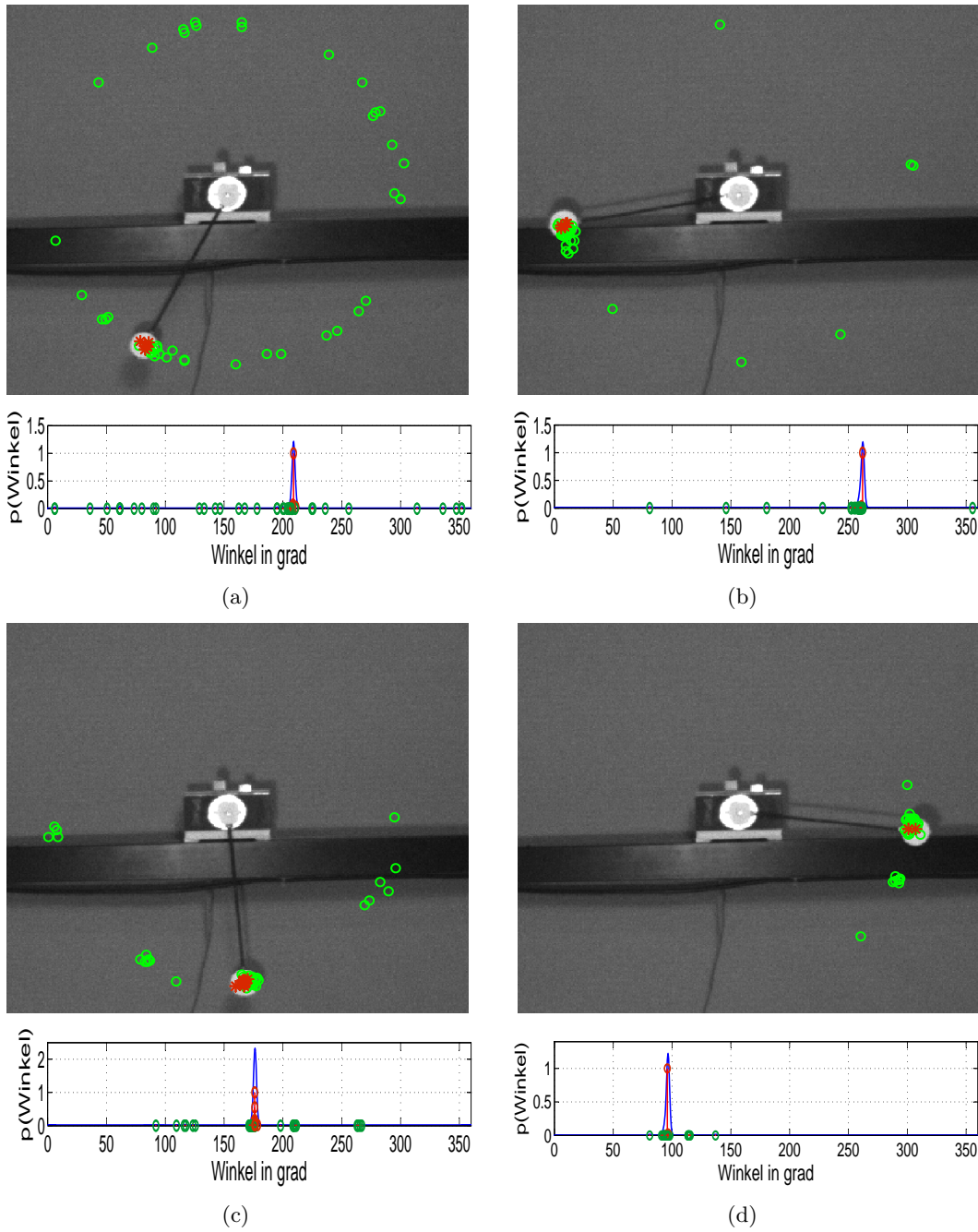


Abbildung 4.15: Sampleentwicklung des Pendelwinkels über 4 Zeitschritte: Für die Wagenposition und den Pendelwinkel werden jeweils 50 Samples verwendet.

4.3 Kombination Objektverfolgung - Regelung

Bislang befasste man sich mit dem Konzept der Objektverfolgung von Wagen und Pendelgewicht mit Partikelfilter in kaskadierter Ausführung. Dass es mit dem Condensation Algorithmus möglich ist ein Objekt zu verfolgen wurde auch bereits in die der Dissertation [Isa98] von Herrn Isard am Beispiel eines Blattes in einem Baum gezeigt. Bei seiner und noch vielen anderen Arbeiten mit der Thematik Objektverfolgung war jedoch meistens der Mensch die beurteilende Instanz und das Ziel war vor allem die Robustheit zu steigern und nicht eine bestimmte Genauigkeit zu erreichen. Weiters fällt eine verzögerte Ausgabe der Ergebnisse nicht ins Gewicht solange sie innerhalb der Abtastrate des Auges von ungefähr 40 ms bleibt. Vor allem in diesen beiden Punkten Genauigkeit und Zeitverzögerung unterscheidet sich die Arbeit am inversen Pendel von den anderen, da bei ungenauer und spät ausgegebener Stellgröße die instabile Position des Pendels nicht gehalten werden kann. Wie genau die Messwerte sind hängt zum einen von der Kameraauflösung, aber auch von der Anzahl der Samples ab. Somit hängt die Genauigkeit von Größen die sich leicht ändern lassen, wäre da nicht der Nachteil dass sich mit ihrer Erhöhung auch die Auswertezeit verlängert. So benötigt das Einlesen eines Bildes mit der Auflösung von $640 \times 480 \text{ pixel}^2$ mittels FireWire ungefähr 17 ms und bei einer Auflösung von $1024 \times 960 \text{ pixel}^2$ dauert das selbige bereits dreimal so lang. Die Auswirkung bei Erhöhung der Sampleanzahl ist weniger gravierend. Da man in der Testphase bereits mit einer Sampleanzahl von jeweils 100 Samples für Wagen- und Pendeltracker gute Ergebnisse erzielte, wurde diese Anzahl beibehalten. Eine andere zeitrelevante Größe die mehr auf die Robustheit des Trackers Einfluss nimmt als auf die Genauigkeit ist die Auflösung der Kreuzkorrelation, die es gilt auf die Größe des zu suchenden Objektes anzupassen. Schlussendlich benötigt die Bildübertragung und Auswertung um die 30 ms und damit zwanzigmal länger als bei den zur Referenz montierten Winkelsensoren. Abbildung 4.16 zeigt in einem Histogramm die benötigte Zeit für die Auswertung und Regelung. Die zeitliche Verschiebung der Peaks von ungefähr

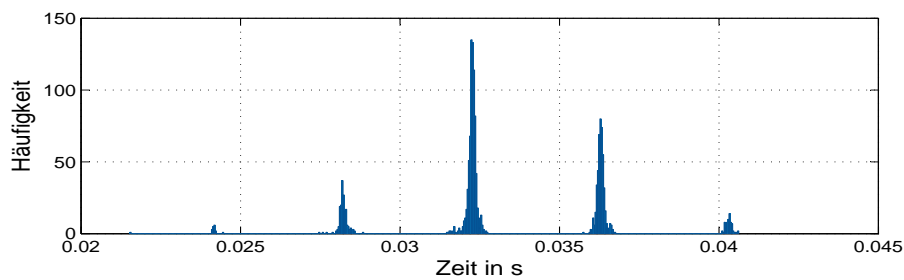


Abbildung 4.16: Histogramm der benötigten Zeit für die Auswertung und die Regelung bei einer Versuchsdauer von 50 s und damit 1520 Iterationen.

4 ms entsteht durch eine Taktung bei der Bildaufnahme beziehungsweise Übertragung. Ein weiterer zeitrelevanter Faktor zeigte sich beim Vergleich der Ergebnisse aus Sensorenauswertung (magnetische Drehwinkelsensoren) und optischem Trackingsystem. Denn trotz der langen Berechnungszeit sollten die Auswertungen der Sensoren und der Tracker dieselben Werte ergeben, wenn man davon ausgehen kann, dass das Einlesen der Sensordaten und die Bildaufnahme annähernd zugleich stattfindet. Zum Zeitpunkt der Bildaufnahme werden alle Zustände eingefroren und die Ergebnisse beziehen sich unabhängig von der Auswertungsdauer immer auf den Zeitpunkt der Aufnahme. In Abbildung 4.17 kann man erkennen, dass die beiden Systeme keineswegs die gleichen Ergebnisse liefern. Die Form beider Trajektorien ist gleich, aber die Trackingergebnisse sind gegenüber den Sensorwerten nachteilend. Die Verschiebung beträgt zwischen 15 und 30 ms und ist damit zu begründen, dass die Kamera nicht erst bei der Bildanforderung die Aufnahme starten, sondern einfach das letzte vollständige Bild eines fortlaufenden Videostreams zurückliefert. Die maximale Bildrate der verwendeten Grauwertkamera beträgt 30 fps.

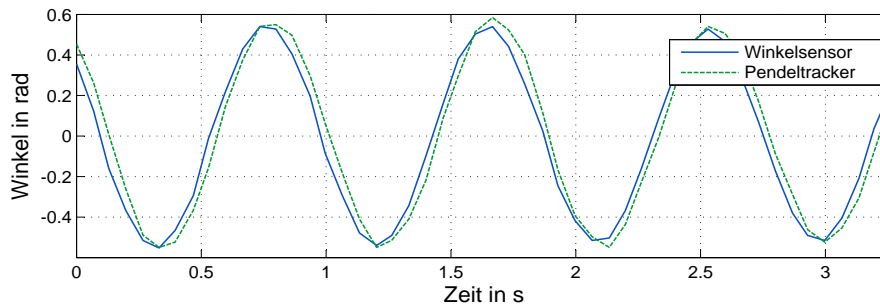


Abbildung 4.17: Zeitliche Verschiebung der Ergebnisse von Tracker und Referenzmesssystem. Die optische Auswertung ist aufgrund der verfrühten Bildaufnahme nachteilend.

Zusammengezählt ergeben sich aus der Berechnungszeit und der nicht aktuellen Bilder ungefähr 50 ms verspätet die Zustandsgrößen. Der Übergang vom zeitkontinuierlichen auf das zeitdiskrete System ist aber nur möglich unter der Annahme dass die Berechnungszeit vernachlässigbar klein ist und deshalb gilt es diese Zeit zu verkürzen. Mit der Optimierung der einzelnen Funktionen könnte man einiges an Zeit einsparen und ebenso mit der Verwendung einer Kamera mit höherer Bildrate, aber das Problem wird dadurch nur minimiert und nicht beseitigt. Beim Condensation Algorithmus wird zur Verschiebung der Samples über einen Zeitschritt die Prädiktion verwendet, ebenso kann diese auch auf das Trackingergebnis angewandt werden. Die Prädiktion wird nur über die Dauer der Bildübertragung und Auswertung durchgeführt, da eine Vorhersage über die gesamte Zeit durch die diversen

Vereinfachungen in der Modellbeschreibung und den Parameterunsicherheiten zu ungenaueren Werte führt. Zudem ändern man aber die Reglerkoeffizienten mittels performance index matrix \mathbf{R} so, dass die sich ergebende Steuerenergie reduziert wird. Damit dauert es zwar etwas länger um gewünschte Zustände zu erreichen, aber die durch Verzögerung bedingte Ungenauigkeit hat ebenso geringere Folgen. Die Zeitdauer über die prädiziert wird ist zugleich die Abtastzeit des Systems. Die Abbildung 4.18 gibt einen Überblick über die zeitlichen Abläufe der einzelnen Funktionen eines Auswertungsschrittes.

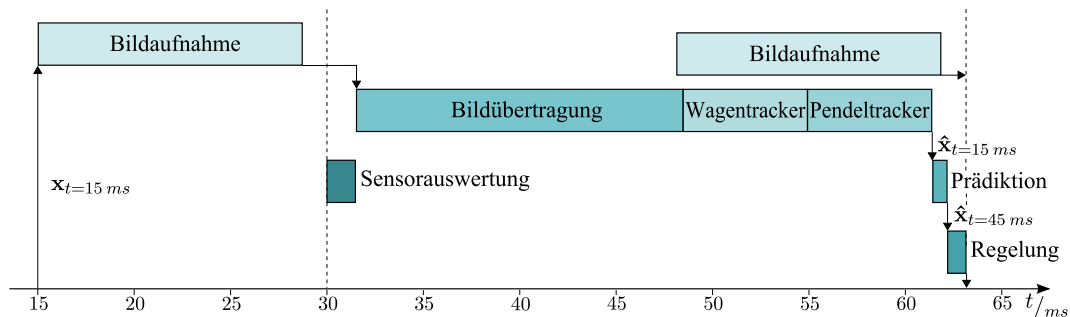


Abbildung 4.18: Zeitlicher Ablauf einer Auswertung: Nach der Auswertung des Referenzsystem (Sensorauswertung) beginnt die Übertragung des Bildes (ca. 17 ms). Die Bildaufnahme geschah aber bereits ungefähr 20 ms zuvor. Die Anwendung von Wagen- und Pendeltracker beanspruchen ungefähr weitere 13 ms. Übertragungs- und Auswertungszeit werden mittels Prädiktion kompensiert, die Bildaufnahme nicht.

4.4 Zusammenfassung

Die Szenen- und Aufnahmebedingungen sind bei der optischen Objektverfolgung nicht vordefiniert. Für die Auswertung ist deshalb der Einfluss von Faktoren, wie Perspektive, Linsenverzeichnung, Beleuchtung und Hintergrund zu minimieren. Im Condensation Algorithmus werden die äußeren Bedingungen im Beobachtungsmodell modelliert, weiters stützt er sich auf das Bewegungsmodell. Weil er mehrere Hypothese gleichzeitig verfolgen kann, arbeitet er besonders robust. Nach einer kurzen theoretischen Beschreibung des Algorithmus wurde er anhand des Wagen- und Pendeltrackers genauer ausgeführt. Die Kombination aus optischer Zustandsmessung und Zustandsregelung warft die berechtigte Frage zur Auswertzeit auf, deren Lösung die Prädiktion ist.

Kapitel 5

Implementierung

Nachdem man in den vergangenen Kapiteln einen Überblick über Regelung und optische Messerfassung bekommen hat, geht es jetzt um die praktische Ausführung der Arbeiten. Zum einen beinhaltet das folgende Kapitel die mechanischen Komponenten, aber vor allem die elektrischen und programmtechnischen Feinheiten des Aufbaus.

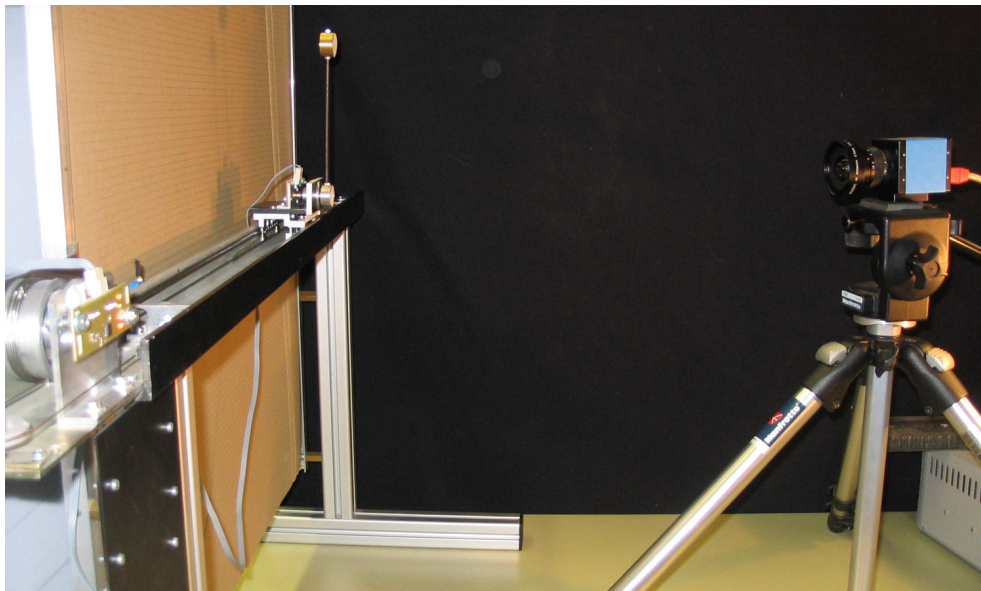


Abbildung 5.1: Optische Zustandsrückführung zur Regelung des inversen Pendels. Je ein Drehwinkelsensor an Pendel und Antriebswelle dienen als Referenz.

5.1 Mechanischer und elektrischer Grundaufbau

Das Grundgerüst, wie es auch in 5.1 abgebildet ist, entstammte einem alten Kopierer. Von diesem wurden das Führungssystem und ebenso die Plattform für den Wagen

ausgebaut. Für die Kugellagerung des Pendels brauchte nur noch eine Halterung auf der Wagenplattform angebracht werden. Das Pendel selbst besteht aus einer 150 cm langen Gewindestange und einem 46,6 g schweren, zylinderförmigen Messinggewicht an seinem Ende. Weiters ist in der Abbildung 5.1 das verwendete Seilzugsystem mit Antriebs- und Umlenkrollen zu erkennen. Das zum Antrieb nötige Drehmoment kommt von einem einfachen Gleichstrommotor aus dem Modellbau mit einem dazu passenden Zahngetriebe, welches eine Übersetzung von 1:10 aufweist. Zur Sicherheitsbegrenzung des Fahrwegs sind an beiden Enden mechanische Stopper und Endschalter montiert. Bei den Endschaltern ist jeweils die entgegengesetzte Fahr- richtung durch Dioden freigegeben. Zudem kann der Antrieb mittels Not-Aus von der Steuerspannung getrennt werden, welche von einer im PC befindlichen Messwertkarte generiert und mit einem Verstärker um den Faktor 2 verstärkt wird. Das zur Referenz montierte Datenerfassungssystem wird über dieselbe Messkarte eingelesen und ist Inhalt des folgenden Kapitels.

5.2 Referenzsystem mit magnetischen Winkelsensoren

Dem Referenzsystem kommen zwei Aufgaben zu, zum einen ist dies die Überprüfung der Regelung bevor man die Versuche mit Messwerten vom optischen Trackingsystem startet und weiters benötigt es zur Diskussion der Ergebnisse eine Referenz. Nach der Recherche bezüglich der in inversen Pendelaufbauten bereits verwendeten Sensoren, entschied man sich für einen neuentwickelten magnetischen Winkelsensor. Seine Vorzüge liegen in der berührungslosen Arbeitsweise und seinem bereits digitalen Messsignal mit 10 Bit Auflösung. Dafür ist nur ein kleiner Magnet mit einem Durchmesser von 6 mm an der auszuwertenden Welle zu montieren. Weitere Informationen finden sich unter [Aus]. Ebenso findet sich in den Produktdetails zum magnetischen Winkelsensor AS5040 der auch hier verwendete Schaltplan zur Spannungsversorgung und Auswertung des Sensors.

Als Schnittstelle zwischen Sensoren und Messwertkarte wird eine programmierbare Logik (CPLD) der Firma *Xilinx* verwendet. Damit werden die Quadratursignale in eine relative Winkelinformation umgewandelt und zudem erfordern die begrenzten Eingänge der Messwertkarte ein Umschalten zwischen den Messdaten von Wagenposition und Pendelwinkel, welches auch die Logik übernimmt. Abbildung 5.2 zeigt schematisch die einzelnen Blöcke der Auswertung. Zunächst wird das Quadratursignal des Sensors mittels FlipFlop-Schaltung in ein Richtungs- und Taktsignal umgewandelt. Beim Quadraturencoder war besonders zu beachten, dass durch die zu erwartenden zahlreichen Richtungsänderungen keine Taktsignale verloren gehen da dies zum so genannten “encoder runaway” führen kann. Der nachgeschaltete Zähler addiert beziehungsweise subtrahiert je nach Richtung die Taktimpulse und übergibt

den Zählerstand an die Ausgabereinheit. Mit den beiden Steuerleitungen “Sensorauswahl” und “Zählerstand laden”, wird auf den gewünschten Sensor geschaltet und durch das Zwischenspeichern ist während des Einlesevorgangs ein konstantes Bitmuster gewährleistet. Das Ausgeben der Steuersignale und Einlesen der Daten wird am PC hardwaremäßig von einer Messwertkarte übernommen welche mittels *Comedi* [Com], einer freien Softwarebibliothek für Linux, angesprochen wird.

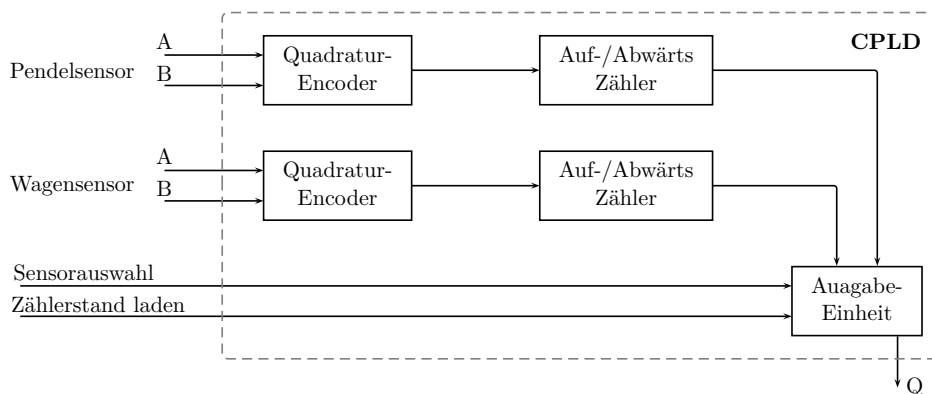


Abbildung 5.2: Sensorauswertung und PC-Schnittstelle CPLD: Die Auswertung der Sensoren basiert auf dem richtungsgesteuerten Zählen der Impulse. Die begrenzte Anzahl von Eingängen am PC erfordern ein Umschalten zwischen den Sensoren und Zwischenspeichern des Zählerstandes. Die Implementierung erfolgte auf der programmierbare Logik CPLD XC9572 von Xilinx.

Nachdem das einfache Auf- und Abwärtszählen der Impulse nur eine relative Winkelangabe möglich machen, ist eine Kalibrierung des Sensors erforderlich. Unter der Bedingung dass die Wagenposition und der Pendelwinkel bekannt, sind kann dazu beispielsweise der Zählerstand gelöscht werden. Der Wagen ist durch das Anfahren einer der Endanschläge leicht in eine solche Referenzposition zu bringen. Das Pendel hingegen müsste dazu ebenfalls mechanisch gestoppt werden, was das Einschreiten einer Person erfordern würde. Deshalb wird die Kalibrierung nicht am CPLD, sondern im Programm ausgeführt. Der Referenzwert für die Wagenposition ergibt sich durch Anfahren des negativen Endwertes, jedoch beim Pendel nutzt man die Pendelschwingung aus und bildet den Mittelwert. Diverse Untersuchungen haben gezeigt dass die Mittelung über ein Hammingfenster bei dem die Fensterbreite der doppelten Periodendauer der Pendelschwingung entspricht hierfür das beste Ergebnis liefert. Die gedämpfte Pendelschwingung ist im Kapitel zur Parametrisierung in Abbildung 3.7 dargestellt.

5.3 Optisches Messeinrichtung

Im Übersichtsbild 5.1 ist auf der rechten Seite die verwendete Kamera abgebildet. Wie bereits erwähnt handelt es sich dabei um eine Grauwertkamera, Modell DMK 21BF04 von Imagingsource mit einer Bildrate von 30 fps und einem CCD-Chip mit 640×480 pixel². Überlegungen, eine Farbbildkamera zu verwenden wurden fallen gelassen, nachdem eine Objekterkennung anhand der Kontur vorgenommen wird und man hierfür aus der Farbe keine zusätzliche Information erhält. Die Kamera ist über einen FireWire Bus mit dem Computer verbunden und die Bilder können so mit der frei zur Verfügung stehenden Software *Unicap* [Uni] geladen werden. Vor dem Beginn eines Messzyklus sind noch die Belichtungszeit und die Verstärkung der Kamera entsprechend der Aufnahmesituation zu justieren. Die Belichtungszeit ist anzupassen, um den blurring-Effekt¹ zu unterbinden. Bei den Versuchen erwies sich hierfür 1 ms als ein passender Wert. Zudem ist zugleich die Verstärkung auf einen Wert von ungefähr 30dB zu ändern, damit ein ausreichender Kontrast vorhanden ist. Die Änderungen der Kameragrundeinstellungen können bei Programmstart mit den zusätzlichen Attributen “shutter” und “gain” in der Kommandozeile vorgenommen werden.

Wie auch die Sensoren ist der optische Messaufbau zu kalibrieren. In diesem Fall beinhaltet die Kalibrierung die Bestimmung der Homographiematrix \mathbf{H} . Dafür wird ein Bild mit dem Wagen in der negativen Endposition und ruhendem Pendel gespeichert und selbiges für die positive Endposition. In einem darauf auszuführenden MatLab-Skript werden die beiden Bilder geladen und es sind nur mehr jeweils der Drehpunkt des Pendels und Mittelpunkt des Pendelgewichtes anzuwählen. Die MatLab-Funktion *cp2tform* ermittelt aus den vier Punktpaare zusammen mit diesen bereits bekannten Szenekoordinaten und dem Attribut “projective” die Matrix \mathbf{H} . Deren Koeffizienten werden anschließend in einer Textdatei gespeichert und bei jeder Ausführung des Trackingprogramms geladen. Eine neuerliche Kalibrierung ist so erst wieder nach Änderung der Szene-Kamera Anordnung notwendig.

5.4 Programmaufbau

Plattform für die gesamte Auswertung und Regelung ist ein Standard PC (Intel Core2 1,86 GHz) mit einem Linux Betriebssystem. So ist es möglich, die *Comedi*-Treiber für die Messwertkarte und *Unicap* als Kameraschnittstellen zu verwenden, welche frei verfügbar und durch diverse Beispielprogramme auch einfach zu handhaben sind. Das gesamte Programm ist aufgrund der zeiteffizienten Ausführungsmöglichkeit in der Programmiersprache C implementiert worden und umfasst über 4000

¹Bewegungsunschärfe

Befehls- und Kommentarzeilen. Die Abbildung 5.3 zeigt schematische den Ablauf des Programms, bestehend aus den Hauptblöcken Initialisierung, Aufschwingen und Balancieren.

Die Kameraauflösung ist in den einzelnen Funktionen stets als Variable angeführt und somit kann für Testzwecke auch jederzeit eine andere Kamera mit Grauwertformat verwendet werden, wobei die möglichen Einstellungen beim Programmaufruf mit dem Attribut “-?” einzusehen sind. Im Programmmenü kann man weiters auswählen ob der Versuch mit dem magnetischen, oder dem optischen, oder einer Kombination aus beiden Systemen durchgeführt werden soll. Bei der Verwendung des magnetischen Sensors für die Wagenposition und des Trackingsystems für das Pendel kommt es öfters zu dem Problem, dass der Winkel nicht richtig bestimmt wird. Grund dafür ist die ungenaue Kalibrierung des Drehwinkelsensors für die Wagenposition. Bei der automatischen Kalibrierung wird als Referenzposition die Position verwendet, bei welcher der Wagen nach Abschaltung der Motorspannung durch den Endschalter zum Stillstand kommt. Jedoch hängt diese Position von der Geschwindigkeit vor dem Stopp durch den Endschalter ab.

Neben der elektrischen Sicherheitsabschaltung durch Endschalter und Not-Aus greift auch das Programm ein. Befindet sich der Wagen kurz vor einem Endschalter beziehungsweise überschreitet der Winkel nach Umschaltung auf die Balancierregelung wieder einen vorgegebenen Wert, so bricht das Programm die Regelung ab und steuert den Wagen in die Ausgangsposition zurück.

5.5 Zusammenfassung

Das Kapitel der Implementierung beschrieb die Bereiche Mechanik, Elektrik und Programmierung. Man war darauf bedacht Standard Hardware und open source Schnittstellentreiber für die Software zu verwenden. Die Ausführungen über Referenzmesssystem und optische Messsystem gaben einen Einblick in die unterschiedliche Kalibrierung und die nötigen Einstellungen von Belichtungszeit und Verstärkung vor Beginn eines Versuchs.

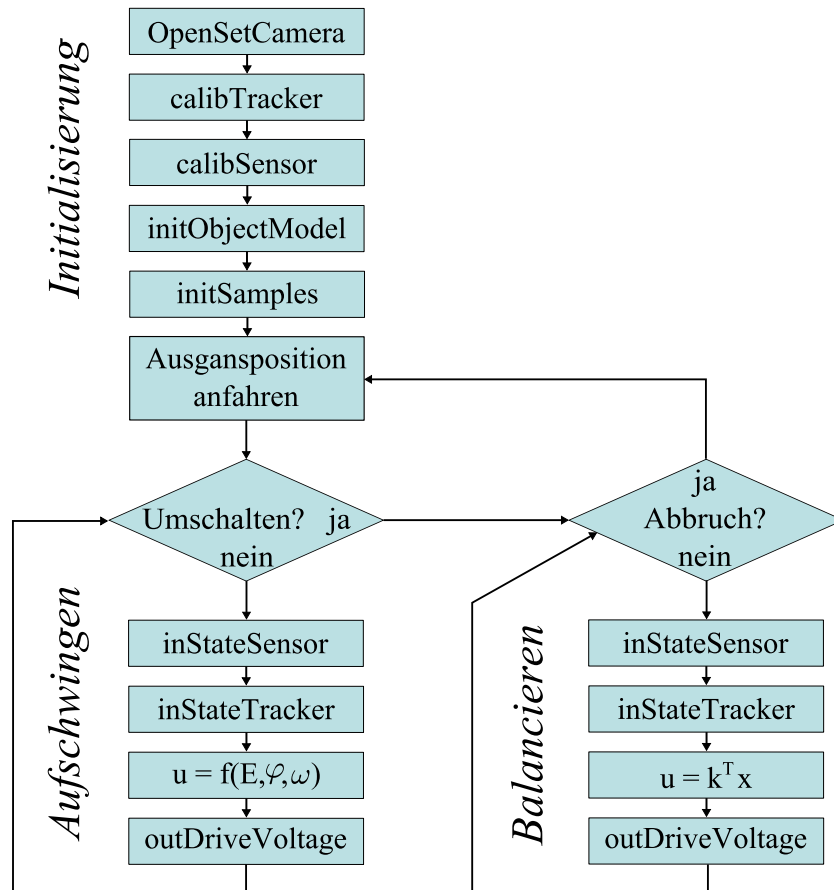


Abbildung 5.3: Abfolge der drei Hauptphasen des Programms: Initialisierung, Aufschwingen und Balancieren. Die Umschaltung von Aufschwingen aufs Balancieren erfolgt, wenn das Pendel genügend Energie besitzt um die instabile Ruhelage zu erreichen. Abbruchkriterium für das Balancieren ist Wagenpositionswert nahe den Endschaltern und ein zu großer Pendelwinkel.

Kapitel 6

Experimente

In Kapitel 4 wurde gezeigt, dass der Condensation Algorithmus das geeignete Verfahren für die optische Objektverfolgung ist und es erst bei der Kombination aus Objektverfolgung und Regelung zu größeren Problemen kommt. Durch die lange Berechnungszeit bei der Verwendung des optischen Messsystems musste man einige Abstriche bei der Reglereffizienz machen, trotzdem kann das Pendel in die instabile Lage gebracht und auch gehalten werden. Genau anhand dieses Ablaufs gilt es nun einen ersten Vergleich zwischen den Ergebnissen des magnetischen Drehwinkelsensors und des optischen Trackingsystems anzustellen.

6.1 Messergebnisse beim Aufschwingen und Stabilisieren

Die Abbildung 6.1 zeigt jeweils auf der linken Seite das Ergebnis für eine Zustandsgröße von beiden Messsystemen und jeweils auf der rechten Seite die Abweichung voneinander. Die vertikale, strichlierte Linie im Bild (e) markiert die Umschaltung vom Aufschwingen auf das Balancieren, welches nach ungefähr 5 Sekunden geschieht. Die gesamte Regelung erfolgt mit den Trackingergebnissen mit je 100 Samples für die Wagenposition und Pendelwinkel. In Bild (a) ist zu sehen, dass für die Pendelstabilisierung Ausgleichbewegungen des Wagens von bis zu ± 10 cm notwendig sind. Da es sich hierbei um eine annähernd periodische Schwingung handelt ist davon auszugehen dass eine nichtlineare Störung, wie zum Beispiel die Wagenreibung, Ursache hierfür ist.

Bei einem ersten Blick auf die rechte Seite in Abbildung 6.1 scheint es zu relativ großen Abweichungen zwischen den beiden Messergebnissen zu kommen. Zu beachten ist aber, dass es durch die Prädiktion zu einer zeitlichen Verschiebung der Daten kommt. Waren die Trackingergebnisse durch die verfrühte Bildaufnahme in Abbildung 4.17 noch nachteilig, so sind sie nun durch die Prädiktion vorausseilend. Eine zeitliche Verschiebung wirkt sich vor allem bei hohen Geschwindigkeiten stärker aus, deutlich zu erkennen an der Ähnlichkeit zwischen dem zeitlichen Verlauf der Winkelgeschwindigkeit (Bild (g)) und der Abweichung des Pendelwinkels (Bild (f)). Da sich die Geschwindigkeit aus der Differentiation der Position ergibt, setzen sich auch in ihr die Abweichungen fort und betragen zeitweise sogar 50 %.

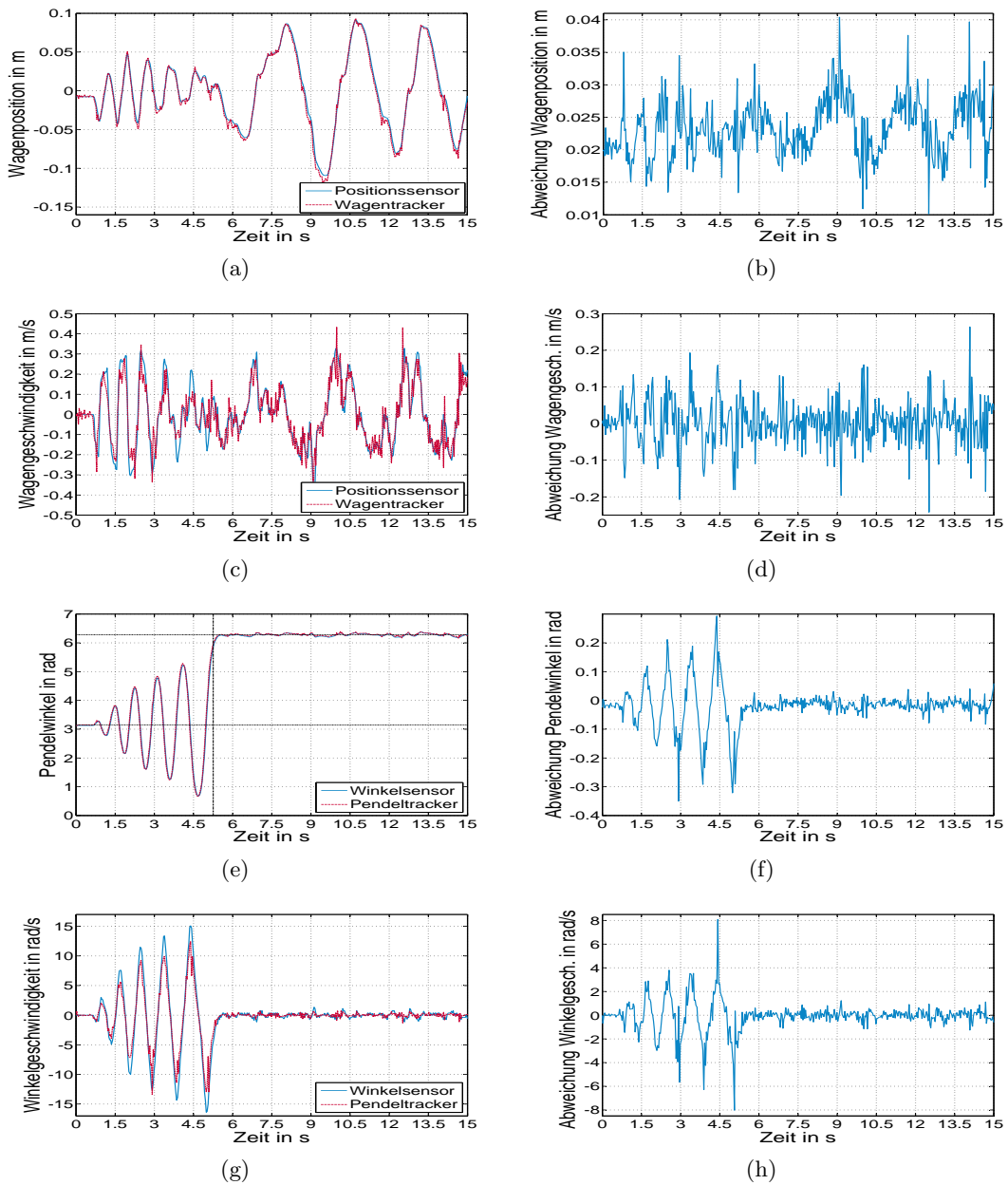


Abbildung 6.1: Vergleich der Ergebnisse beim Aufschwingen und Stabilisieren. Auf der linken Seite die Zustandsgröße jeweils mit beiden Systemen gemessen und rechts die Abweichung Sensor - Tracker. Die vertikale Linie bei $t \approx 5$ s kennzeichnet in Bild (e) die Umschaltung von der Aufschwing- auf die Balancierregelung.

6.2 Stationäre Genauigkeit

Der vorige Vergleich zeigt, dass die Regelung mit den optisch gemessenen Zustandsgrößen erfolgreich durchgeführt werden konnte. Durch die zeitliche Verschiebung ist aber keine Aussage über die Genauigkeit der Messung möglich und deshalb werden nun Versuche an einer stationären Versuchsanordnung gemacht. Dazu werden beim Wagen für fünf unterschiedliche Positionen jeweils 100 Iterationen durchgeführt und deren Ergebnisse anschließend mit dem Sensorwert verglichen. Dasselbe geschieht beim Pendel für die Winkel 0° , 90° , 180° und 270° , wobei der Wagen in seiner Nullposition verbleibt. Um eine Verfälschung durch die unterschiedliche Kalibrierung auszuschließen, wurden die Nullpositionen nachträglich abgeglichen.

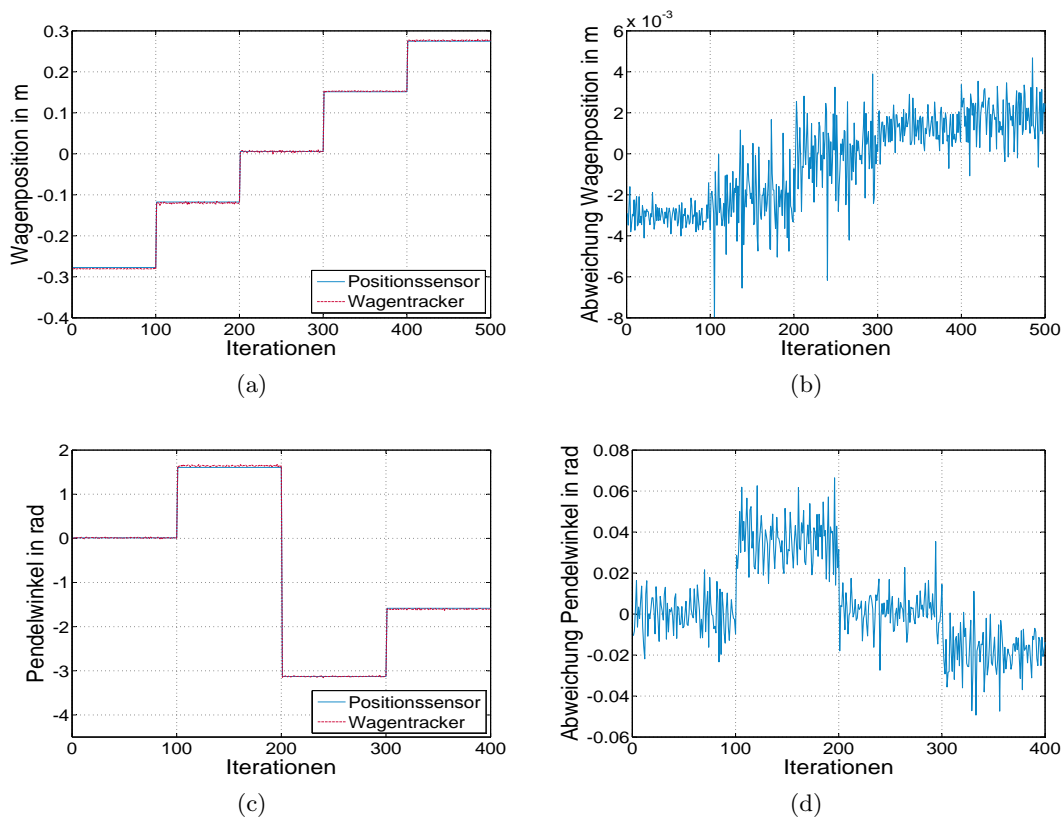


Abbildung 6.2: Stationären Genauigkeit: Anhand der Messergebnisse für mehrere Positionen wird die stationäre Genauigkeit der Messsysteme untersucht. Links die Messergebnisse für eine Zustandsgröße und rechts die dazugehörige Abweichung zwischen den beiden Messsystemen (Sensor - Tracker).

Im Bild 6.2 (b) ist zu erkennen, dass es abhängig von der Position zu einer Abweichung von bis zu 3 mm kommt. Die Positionsabhängigkeit ist das Ergebnis eines Homographiefehlers der bei der Transformation gemacht wird. Die Kalibrierung erfolgte anhand der Ebene die vom Pendeldrehpunkt und Pendelgewichtsmittelpunkt für die linke und rechte Endposition aufgespannt wird. Die zur Bestimmung der Wagenposition verwendete Wagenkontur liegt jedoch in $Z_W = -1$ cm und darum diese Abweichung die mit der Entfernung von Nullpunkt beziehungsweise mit zunehmender Perspektiven Verzerrung größer wird. Neben der systematischen Abweichung kommt es aber auch zu stochastischen Differenzen zwischen Wagentracker und Positionssensor über die gesamte Verfahrestrecke. Ursache hierfür ist die ständige Diffusion der Samples, aber vor allem sind die Grauwerte der einzelnen Pixel nicht in jedem Bild exakt gleich und so kann sich auch die Position der Detektion verschieben. Den Auswirkungen des Bildrauschens kann man durch das Anheben der Sampleanzahl entgegenwirken. Bei den Abweichungsschwankungen bezüglich Pendelwinkel wurde zuerst vermutet, die Ursache könne in einer unzureichenden Kamerakalibrierung und damit einer ungenauen Korrektur der Linsenverzerrung liegen, jedoch ist die Richtung der Abweichung unterschiedlich und deshalb wird der Fehler dem magnetischen Drehwinkelsensor zugesprochen. Ein Blick ins Datenblatt bestätigt diese Annahme mit einer integralen Nichtlinearität von maximal $1,4^\circ$ ohne Berücksichtigung etwaiger Montageabweichung.

6.3 Perspektive

Die Objektverfolgung ist darauf ausgelegt nach der Kalibrierung auch noch unter der perspektiven Verzerrung zu funktionieren. Bei den Tests hat sich jedoch gezeigt, dass sich die geringe Kameraauflösung und die Ungenauigkeit in der Homographie doch stärker auswirken als vermutet und so der Positionierungsbereich der Kamera eingeschränkt wird. Nicht nur die Zustandsgrößen sind für das Weltkoordinatensystem definiert, sondern auch die Messlinien. Bei einer Verschiebung der Kamera verkürzen sich jene Messlinien im Bild, die in Richtung der Kameraverschiebung ausgerichtet sind. Durch diese Verkürzung der Messlinien nimmt der Einfluss der Bildquantisierung zu und so konnten ausgehend von der frontalen Kameraposition nur noch erfolgreiche Tests bis zu $\pm 10^\circ$ horizontaler Verschiebung und Verdrehung durchgeführt werden. In vertikaler Richtung sind $\pm 20^\circ$ möglich. Der Unterschied ist damit zu erklären, dass sich die horizontale Verschiebung vor allem auf die Positionsbestimmung des Wagens auswirkt und es in Folge auch zu größeren Abweichungen beim Pendelwinkel kommt. Die vertikale Änderung der Kameraposition beeinflusst hingegen die zur Bestimmung der Wagenposition wichtigen horizontal ausgerichteten Messlinien nicht und deshalb ist hier eine größere Verschiebung möglich.

6.4 Beleuchtung

Änderungen der Lichtverhältnisse haben bei der Objekterkennung nach Farbwerten viel gravierende Auswirkungen als bei einer Kantendetektion, jedoch ist auch hier ein gewisser Einfluss zu verzeichnen. Bei einer nur schwachen Beleuchtung ist der Grauwerteübergang einer Kante nicht mehr stark ausgeprägt so dass der Gradient des Übergangs unter den Schwellwert des Detektors fallen kann. Im Gegensatz dazu steigt bei unzureichender Beleuchtung der Einfluss des Bildrauschens und die Anzahl an zufälligen Kantendetektionen nimmt zu. Schlussendlich kommt es zu falschen Beobachtungen und die Auswertung schlägt fehl. Mit einer Anpassung der Kameraverstärkung ändert sich zwar der Kontrast und damit erhöht sich die Grauwertedifferenz bei einer Kante, aber der Rauschanteil bleibt trotzdem erhalten. Deshalb ist neben der Verstärkung zudem der Schwellwert des Gradienten bei der Kantendetektion nachzujustieren. Schlussendlich ist die Erkenntnis aus dem Beleuchtungstest, dass man die Beleuchtungssituation während dem Balancieren des Pendels ändern kann unter der Voraussetzung dass ein ausreichender Kontrast erhalten bleibt.

6.5 Hintergrund

Während der Implementierungsphase und den ersten Tests verwendete man einen Schutzschirm hinter dem Aufbau um den Einfluss des Hintergrundes auszuschließen. Doch unter dieser Einschränkung hätte man die Trackingaufgabe auch mit einem anderen Algorithmus lösen können, deshalb sind die Tests ohne Abschirmung besonders wichtig. Als Umfeld diente das Diplomandenlabor mit den zahlreichen Geräten im Hintergrund, so wie auch in Abbildung 6.3 ersichtlich.

Die ersten Versuche schlugen fehl, da andere Hintergrundobjekte als Pendelgewicht erkannt wurden. Erst mit der Erhöhung der Messlinienanzahl von 8 auf 16 gelang es das Pendel aufzuschwingen und zu balancieren. Durch die zusätzlichen Messlinien wird das Objektmodell verbessert und es ist somit leichter das Pendelgewicht von den Hintergrunddetektionen zu unterscheiden. Dass ohne diese Anzahlsteigerung das Tracking nicht funktioniert ist nicht nur ein Anzeichen für ein unzureichendes Objektmodell, sondern auch für ein zu wenig differenziertes Vordergrundmodell und eine schwache Hintergrundmodellierung. In Bild 6.3 sind alle Auswertungsdaten für zwei Versuche bei jeweils einem Frame eingezeichnet. Gut zu erkennen sind die zahlreichen Kantendetektionen im Bild als kleine blaue Punkte dargestellt. Die Detektionen finden sich nicht nur auf der Kontur der gesuchten Objekte, sondern an allen Stellen der Messlinie für welche die Detektionkriterien erfüllt werden. Weiters sind die Samples nach dem Resampling mit gelben Markern abgebildet und der Markertyp stellt die Resamplingmethode dar. So sind die gelben

Kreise neu initialisierte Samples, die \times entstammen dem Importance Sampling und die $+$ dem Standard Resampling. Jene Samples die dann nach der Diffusion und dem Messvorgang eine Gewichtung erhalten haben, sind mit schwarzen Kreisen und einer Füllfarbe entsprechend der Samplegewichtung abgebildet.

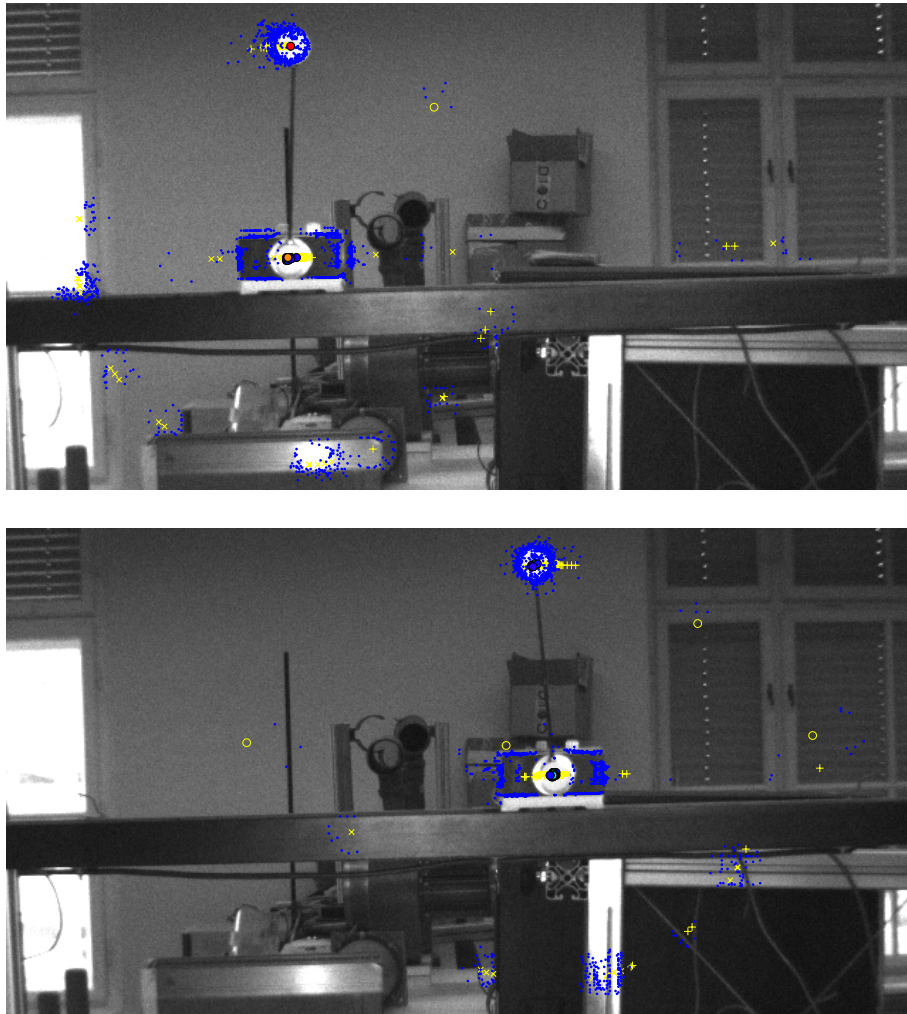


Abbildung 6.3: Balancieren des Pendels bei starkem Hintergrundrauschen: Der Detektor liefert für alle Pixel die den gesuchten Eigenschaften entsprechen einen Kantenkandidaten (kleine blaue Punkte). Das Likelihood ratio aus Vorder- und Hintergrundmodell gibt die Gewichtung für das jeweilige Sample, markiert als schwarze Kreise und einer Füllfarbe nach Gewichtung. Samples ohne Gewicht sind gelb dargestellt (standard S. $+$, importance S. \times und neu initialisieren o).

6.6 Zusammenfassung

Zu Beginn wurden die Messergebnisse aus Referenzsystem und optischem System verglichen. Bei einem dynamischen Vorgang ist der Vergleich aufgrund der zeitlichen Verschiebung durch die Prädiktion nicht ausreichend repräsentativ, daher wurde zudem eine stationäre Untersuchung durchgeführt. Für die Wagenposition erwies sich hierbei ein Homographiefehler als große Fehlerquelle. Beim Pendelwinkel wirkte sich besonders stark die integrale Nichtlinearität des Drehwinkelsensors aus. Die Anordnung der Kamera zur Szene unterliegt trotz Kalibrierung einigen Einschränkungen. Eine weitere Voraussetzung ist ein ausreichender Kontrast für die Aufnahmesituation. Ein gewisser Einfluss des Hintergrundrauschens ist trotz Modellierung vorhanden, dennoch gelangen erfolgreiche Versuche unter den Gegebenheiten wie in Abbildung 6.3 abgebildet.

Kapitel 7

Resümee

Diese Arbeit diente dem Aufbau eines Labordemonstrators basierend auf bildgestützter Messtechnik zur Untersuchung einer optischen Trackingmethode. Zunächst wurde hierfür das inverse Pendel, ein Vorzeigemodell der Regelungstechnik, bei dem es gilt, ein frei schwingendes Pendel senkrecht nach oben zu balancieren mit handelsüblicher Sensortechnik aufgebaut.

Dazu war es notwendig die elektrischen und mechanischen Komponenten mathematisch zu beschreiben und die Bewegungsgleichungen des Pendels zu finden, als Grundlage für Simulationen und den Reglerentwurf. Der Regleralgorithmus besteht aus einem auf der inneren Pendelenergie basierenden Proportionalregler für das Aufschwingen und einem LQ-Regler für das Balancieren.

Nach dem erfolgten Aufbau ging es um das Austauschen der magnetischen Drehwinkelsensoren durch ein optisches Trackingsystem zur Zustandsmessung. Der Partikelfilter stellt hierfür zurzeit den aktuellsten Stand der Technik dar und deshalb kam eine erweiterte Variante, bekannt unter dem Namen ICondensation Algorithmus, in dieser Arbeit zur Anwendung. Unter Ausnutzung der geometrischen Anordnung erfolgt zunächst die Bestimmung der Wagenposition und dann kaskadiert die Ermittlung des Pendelwinkels. Diese Abfolge und das Importance Sampling ermöglichen ein Tracking von Wagen und Pendel mit jeweils nur 100 Samples.

Weiters wurden die Einflüsse von Perspektive, Linsenverzeichnung und Hintergrund bei der Ausführung berücksichtigt, womit ein erfolgreiches Aufschwingen und Balancieren des inversen Pendels allein durch die optische Zustandsrückführung und ohne spezielle Einschränkungen der Versuchsumgebung möglich ist.

7.1 Ausblick

Sowohl auf der mechanischen Seite als auch bei der Implementierung lässt sich der Modellaufbau noch wesentlich verbessern. Zum einen sei hier noch einmal die nichtlineare Reibung der Antriebskomponenten erwähnt, die sich nicht exakt kompensieren lässt und damit die Regelung negativ beeinflusst (Abbildung 3.8). Das Problem ist zwar mechanischen Ursprungs, jedoch eine Modellierung des Antriebs mittels gemessener Daten bei Spannungssprüngen würde ebenso eine Verbesserung bewirken.

Der schwerwiegendere Einflussfaktor liegt aber sicherlich in den zeitverzögerten Messergebnissen durch die lange Bildaufnahme, Bildübertragung und Auswertung. Vor allem erstere Faktoren lassen sich allein durch die Verwendung einer anderen Kamera mit höherer Bildrate verringern (Abbildung 4.18).

Beim Pendelgewicht zeigte sich, dass eine Erhöhung der Messlinienanzahl eine Reduktion des Hintergrundeinflusses bewirkt. Ebenso ist davon auszugehen, dass eine andere Messlinienanordnung beim Wagen zum selben Ergebnis führt. So wäre denkbar die Messlinien nicht nur auf der äußeren Kontur zu positionieren, sondern auch auf der runden Halterung des Pendels. Damit könnte man zudem den größeren Kontrast ausnutzen, als er zwischen schwarzem Wagen und Hintergrund herrscht (Abbildung 4.10).

Nicht nur die zusätzlichen Messlinien machen das Modell unempfindlicher gegenüber Hintergrundrauschen, ebenso würde eine verbesserte Hintergrundmodellierung hierbei helfen. Dazu wäre es denkbar den Suchbereich aufgrund des letzten Trackingergebnisses einzuschränken, oder die Suche auf Bereiche in denen eine Bewegung stattfand zu beschränken durch Subtraktion des letzten Bildes vom aktuellen Bild.

Zur Steigerung der erlaubten Perspektive ist neben der Berücksichtigung des Versatzes in Z_W -Richtung zwischen Wagen- und Pendelebene, auch eine genauere Ermittlung der Homographie nötig. Der Versatzes in Z_W -Richtung könnte beispielsweise durch zwei Homographien berücksichtigt werden, wobei sich eine auf die Wagenebene und eine auf die Pendelebene bezieht. Eine andere Art der Korrektur ist die Berechnung des Fehlers unter Verwendung der Daten einer vollständigen Kamera-Kalibration.

Der Regelalgorithmus und das Trackingsystem laufen unter einem Linux Betriebssystem. Eine konstante Abtastzeit, wie eigentlich von der diskreten Regelung gefordert, ist damit keineswegs gegeben (Abbildung 4.16). Mit der Verwendung einer Echtzeiterweiterung für Linux (zum Beispiel RTAI oder RTL) könnte die Ausführung der Applikation in Echtzeit gewährleistet werden.

Manuel Stuflesser

Literaturverzeichnis

- [ÅF00] ÅSTRÖM, KARL JOHAN und KATSUHISA FURUTA: *Swinging up a pendulum by energy control*. In: *Automatica*, Band 36, Seiten 287–295, Februar 2000.
- [Åke00] ÅKESSON, JOHAN: *Safe Manual Control of Unstable Systems*. Diplomarbeit, Department of Automatic Control - Lund Institute of Technology, September 2000.
- [AMGC02] ARULAMPALAM, SANJEEV, SIMON MASKELL, NEIL GORDON und TIM CLAPP: *A Tutorial on Particle Filters for On-line Non-linear/Non-Gaussian Bayesian Tracking*. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(2):174–188, Februar 2002.
- [Aus] AUSTRIAMICROSYSTEMS AG: *10-bit Programmable Magnetic Rotary Encoder AS5040*. <http://www.austriamicrosystems.com>.
- [Ber04] BERGER, BENJAMIN: *Realisierung einer prototypischen Hardwarelösung für ein inverses Pendel*. Diplomarbeit, Technische Universität Chemnitz - Fachbereich Informationstechnik, Oktober 2004.
- [Bou] BOUGUET, JEAN-YVES: *Camera Calibration Toolbox for Matlab*. http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/index.html. Stand: 14. Januar 2008.
- [Bro06] BROSIG, STEFAN: *Modellierung, Identifikation und experimentelle Validierung zur bildrückgeführten Stabilisierung dynamischer Systeme*. Dissertation, Universität Hannover, Juni 2006.
- [CA03] CHANG, CHENG und RASHID ANSARI: *Kernel particle filter: iterative sampling for efficient visual tracking*. In: *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP'03)*, Band 3, Seiten 977–980, September 2003.
- [CEM] CEMTOOL: <http://www.cemtool.com>. Stand: 14. Januar 2008.
- [CH95] CHUNG, CHUNG CHOO und JOHN HAUSER: *Nonlinear control of a swinging pendulum*. *Automatica*, 31(6):851–862, 1995.

-
- [Com] COMEDI PROJECT: <http://www.comedi.org>. Stand: 14. Januar 2008.
- [Dou98] DOUCET, ARNAUD: *On Sequential Simulation-Based Methods for Bayesian Filtering*. Technischer Bericht CUED/F-INFENG/TR. 310, Cambridge University Department of Engineering, 1998.
- [Edu] EDUCATIONAL CONTROL PRODUCTS: <http://www.ecpsystems.com>. Stand: 14. Januar 2008.
- [Föll90] FÖLLINGER, OTTO: *Regelungstechnik*. Hüthig Buch Verlag GmgH, 6. Auflage, 1990.
- [GCK91] GRENANDER, ULF, YUNSHYONG CHOW und DANIEL MACRAE KEENAN: *Hands: a pattern theoretic study of biological shapes*. Springer-Verlag New York, Inc., New York, NY, USA, 1991.
- [HD04] HORN, MARTIN und NICOLAOS DOURDOUMAS: *Regelungstechnik*. Pearson Studium, 1. Auflage, 2004.
- [HS97] HEIKKILÄ, JANNE und OLLI SILVÉN: *A Four-step Camera Calibration Procedure with Implicit Image Correction*. In: *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Seiten 1106–1112, Juni 1997.
- [IB98a] ISARD, MICHAEL ACHESON und ANDREW BLAKE: *Condensation – conditional density propagation for visual tracking*. *International Journal of Computer Vision*, 29(1):5–28, 1998.
- [IB98b] ISARD, MICHAEL ACHESON und ANDREW BLAKE: *ICONDENSATION: Unifying Low-Level and High-Level Tracking in a Stochastic Framework*. In: *ECCV '98: Proceedings of the 5th European Conference on Computer Vision-Volume I*, Seiten 893–908, London, UK, 1998. Springer-Verlag.
- [Isa98] ISARD, MICHAEL ACHESON: *Visual Motion Analysis by Probabilistic Propagation of Conditional Density*. Dissertation, University of Oxford, September 1998.
- [Jan06] JANTHONG, MANUSAK: *Design and Implementation of Control Concepts for Image-Guided Object Movement*. Dissertation, Universität Hannover, Juli 2006.
- [Kal60] KALMAN, RUDOLPH EMIL: *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*. *Transactions of the ASME–Journal of Basic Engineering*, 82(Series D):35–45, 1960.

- [LSGS96] LIN, ZONGLI, ALI SABERI, MICHAEL GUTMANN und YACOV A. SHAMASH: *Linear controller for an inverted pendulum having restricted travel: a high-and-low gain approach*. *Automatica*, 32(6):933–937, 1996.
- [Max] MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR DYNAMIK KOMPLEXER TECHNISCHER SYSTEME: *Mehrfaches stehendes Pendel*. <http://www.mpi-magdeburg.mpg.de/de/research/pendel/index.html>. Stand: 14. Januar 2008.
- [MH98] MAGAÑA, MARIO E. und FRANK HOLZAPFEL: *Fuzzy-logic control of an inverted pendulum with vision feedback*. In: *IEEE Transactions on Education*, Band 41, Seiten 165–170, Mai 1998.
- [MH05] MARTINEZ-HERNANDEZ, GUILLERMINA: *Investigation into the use of optic flow and CMAC network for robot balance*. Dissertation, University of Reading, November 2005.
- [MHB04] MARTINEZ-HERNANDEZ, GUILLERMINA und VICTOR M. BECERRA: *Preliminary results from a real time control system using optical information*. In: *Systems, Man and Cybernetics*, Band 6, Seiten 5923–5928, Oktober 2004.
- [Mig96] MIGGE, TOBIAS: *Inverses Pendel - Fertigstellung eines Versuchsaufbaues und Programmierung einer Echtzeit-Regelung*. Diplomarbeit, Fachhochschule Wedel, Juli 1996.
- [MT96] MOHR, ROGER und BILL TRIGGS: *Projective Geometry for Image Analysis*. A Tutorial given at ISPRS, Wien, Juli 1996.
- [Qua] QUANSER INC.: <http://www.quanser.com>. Stand: 14. Januar 2008.
- [Seg] SEGWAY INC.: <http://www.segway.com>. Stand: 14. Januar 2008.
- [Uni] UNICAP: <http://www.unicap-imaging.org>. Stand: 14. Januar 2008.
- [WB01] WELCH, GREG und GARY BISHOP: *An Introduction to the Kalman Filter*. <http://www.cs.unc.edu/~welch/kalman>, 2001.
- [Wen00] WENZEL, LOTHAR: *Kalman-Filter - Ein mathematisches Modell zur Auswertung von Messdaten für die Regelungstechnik*. *Elektronik*, 6/8/11, 2000.
- [Wik] WIKIPEDIA: <http://de.wikipedia.org>. Stand: 14. Januar 2008.

- [WVNJ00] WENZEL, LOTHAR, NICOLAS VAZQUEZ, DINESH NAIR und RAHMAN JAMAL: *Computer vision based inverted pendulum*. In: *Instrumentation and Measurement Technology Conference*, Band 3, Seiten 1319–1323, 2000.
- [Yos99] YOSHIDA, KAZUNOBU: *Swing-up control of an inverted pendulum by energy-based methods*. In: *American Control Conference*, Band 6, Seiten 4045–4047, 1999.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Einfache Skizze des inversen Pendels	2
2.1	Schematische Darstellung des inversen Pendels	5
2.2	Diverse Winkelsensoren	6
2.3	Blockschaltbild der Regelung mittels Zustandsrückführung	9
2.4	Blockschaltbild des Luenberger-Beobachter	12
3.1	Koordinatensystem des inversen Pendels	15
3.2	Kräfteverteilung beim Wagen	16
3.3	Kräfteverteilung beim Pendel	17
3.4	Ersatzschaltbild einer Gleichstrommaschine	18
3.5	Relativer Fehler durch die Approximation	20
3.6	Übersichtbild des Aufbaus	22
3.7	Gedämpfte harmonische Schwingung beim Pendel	23
3.8	Kompensationsspannung für die Haftreibung beim Wagen	24
3.9	Blockschaltbild des Abtastregelkreises	26
3.10	Energieproportionale Aufschwingregelung	29
4.1	Mögliche Aufnahmeszenarien der Szene	32
4.2	Szenen- und Kamera Koordinatensystem	33
4.3	Vektorfeld zur Entzerrung des Bildes	35
4.4	Auswirkung der Beleuchtung auf die Pixelwerte	36
4.5	Detektionen an einer Messlinie	38
4.6	Verarbeitungsschritte des Condensation Algorithmus	42
4.7	Verteilung der initialisierten Samplemenge	44
4.8	Ergebnis der Kreuzkorrelation im Messraum dargestellt	44
4.9	Resampling: Funktion zur Auswahl der neuen Samples	45
4.10	Objektmodell: Position der 16 Messlinien am Wagen	46
4.11	Auswertung der Detektionen anhand Vorder- Hintergrundmodell	48
4.12	Sampleentwicklung einer linearen Wagenbewegung über 6 Zeitschritte	50
4.13	Sample Initialisierung und Importance Sampling beim Pendel	51
4.14	Objektmodell: Position der 8 Messlinien am Pendel	52
4.15	Sampleentwicklung des Pendelwinkels über 4 Zeitschritte	53
4.16	Histogramm der benötigten Zeit für Auswertung und Regelung	54

4.17	Zeitliche Verschiebung der Ergebnisse von Tracker und Referenzsystem	55
4.18	Zeitlicher Ablauf einer Auswertung	56
5.1	Aufbau des inversen Pendels mit optischer und mag. Zustandsmessung	57
5.2	Sensorauswertung und PC-Schnittstelle CPLD	59
5.3	Abfolge der drei Hauptphasen des Programms	62
6.1	Vergleich der Messergebnisse beim Aufschwingen und Stabilisieren .	64
6.2	Untersuchung zur stationären Genauigkeit der Messsysteme	65
6.3	Balancieren des Pendels bei starkem Hintergrundrauschen	68